

天津中考数学第 18 题技巧

观前提醒：

①本文是将作者已知的无刻度直尺网格作图题技巧汇总在此，具体题目和思路请前往该文章所在专栏的其他文章（《天津中考数学第 18 题汇总》与《天津中考数学第 18 题思路》），链接已放评论区，建议收藏后自己研究

②本文章所用网站有 <https://www.geogebra.org/calculator>

③一些技巧目前还在探究，当我找到技巧后会来更新，等我

④对某个解法有问题或补充或错误的请评论或私信

⑤每个例题与每个方法一一对应，也就是例题可以用对应的方法解决

⑥根据题目所给条件，可省略部分步骤，请在实战中有一定的主观能动性

⑦在考试中做出来这道题的，记得回来报喜，并且点个赞

⑧目前作者处于中考复习阶段，更新速度会减慢，请谅解

目录：

一、角类

法 1.1 做特定度数角（特殊性技巧）

法 1.2 平分角（特殊性技巧）（正在补充）

法 1.3 移动已知角（特殊性技巧）（待补）

法 1.4 扩大特定度数角（特殊性技巧）（待补）

二、直线类

法 2.1 做已知线段的中点（普遍性技巧）

法 2.2 做已知直线的平行线（普遍性技巧）

例 2.2 2023•天津中考（使用法 2.2）

法 2.3 做已知直线的垂线（普遍性技巧）

法 2.4 按比例分割线段（普遍性技巧）（正在补充）

法 2.5 关于直线做对称（特殊性技巧）（待补）

法 2.6 倍长已知线段（普遍性技巧）（部分待补）

法 2.7 移动已知线段（特殊性技巧）（有遗漏）

三、圆类

法 3.1 做圆心（普遍性技巧）

法 3.2 做等弧（普遍性技巧）

法 3.3 做切线（特殊性技巧）（部分待补）

法 3.4 平分弧（特殊性技巧）（待补）

四、角类+直线类

法 4.1 角辅助作直线的垂线

法 4.2 胡不归模型（待补）

五、直线类+圆类

法 5.1 圆辅助作直线的垂线

例 5.1 2023•和平二模（使用法 3.1 和法 5.1）（答案待补）

法 5.2 圆辅助找线段（待补）

法 5.3 阿氏圆模型（待补）

六、角类+圆类

法 6.1 圆辅助找等角（待补）

法 6.2 圆辅助找角平分线（待补）

法 6.3 特定长度弧对特定度数圆周角（待补）

七、其他类

法 7.1 等高模型

例 7.1 2014•天津中考（使用法 7.1）（答案待补）

法 7.2 建系法（正在补充）

例 7.2 2018 • 天津中考（使用法 7.2）（答案待补）

法 7.3 三角形五心（待补）

注：

普遍性技巧：是指在任何条件下都可以完成该做法

特殊性技巧：是指在特定条件下可以完成该做法

待补：指该技巧目前有做法但还没收录，或正在寻找做法

正在补充：已有方法，还没写完

有遗漏：一般写这个方法都很开放，所以会有一些小方法很难想到

正文：

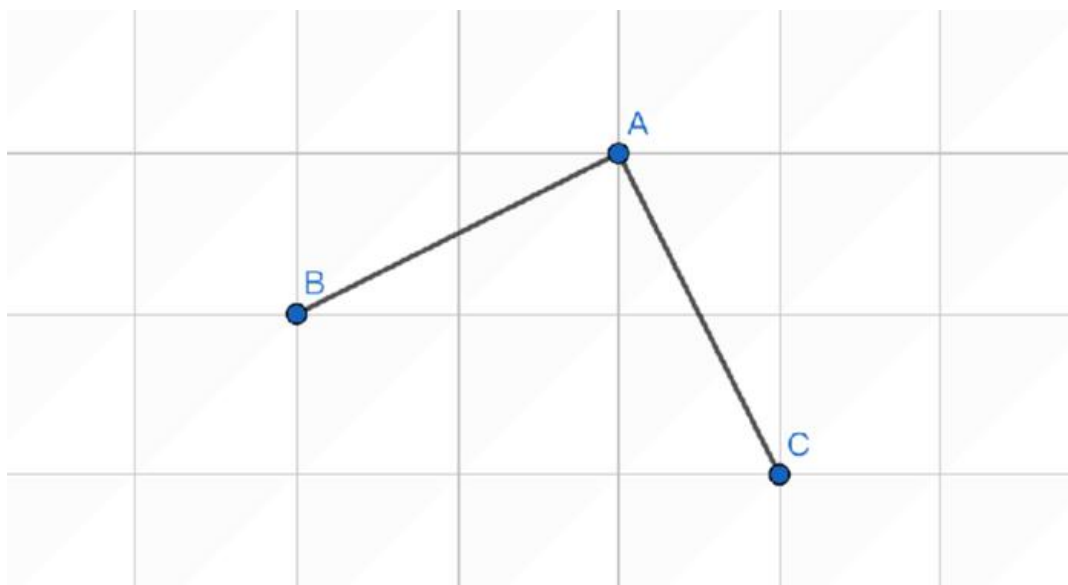
一、角类

法 1.1 做特定度数角

（特殊性技巧）

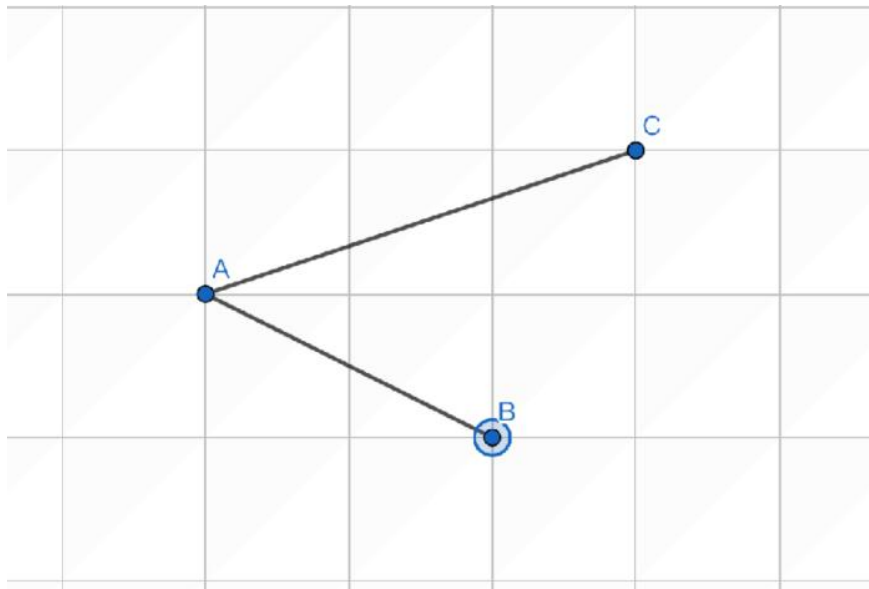
法 1.1.1 做 90 度角

如图，角 BAC 的度数是 90 度，也可以用与其雷同的方式来做出直角。



法 1.1.2 做 45 度角

如图，角 CAB 的度数是 45 度角，也可以用与其雷同的方式来做出 45 度角



法 1.2 平分角

（特殊性技巧）

无解部分：随便画两条相交的线的夹角肯定无解，还有不符合条件的

法 1.2.1 平分特定度数角

仅有 90 度及其倍数的角可用

法 1.2.2 平分有特点的角

法 1.2.3 平分任意度数角

法 1.3 移动已知角

（特殊性技巧）

（待补）

法 1.4 扩大特点度数角

（特殊性技巧）

（待补）

二、直线类

法 2.1 做已知线段的中点

（普遍性技巧）

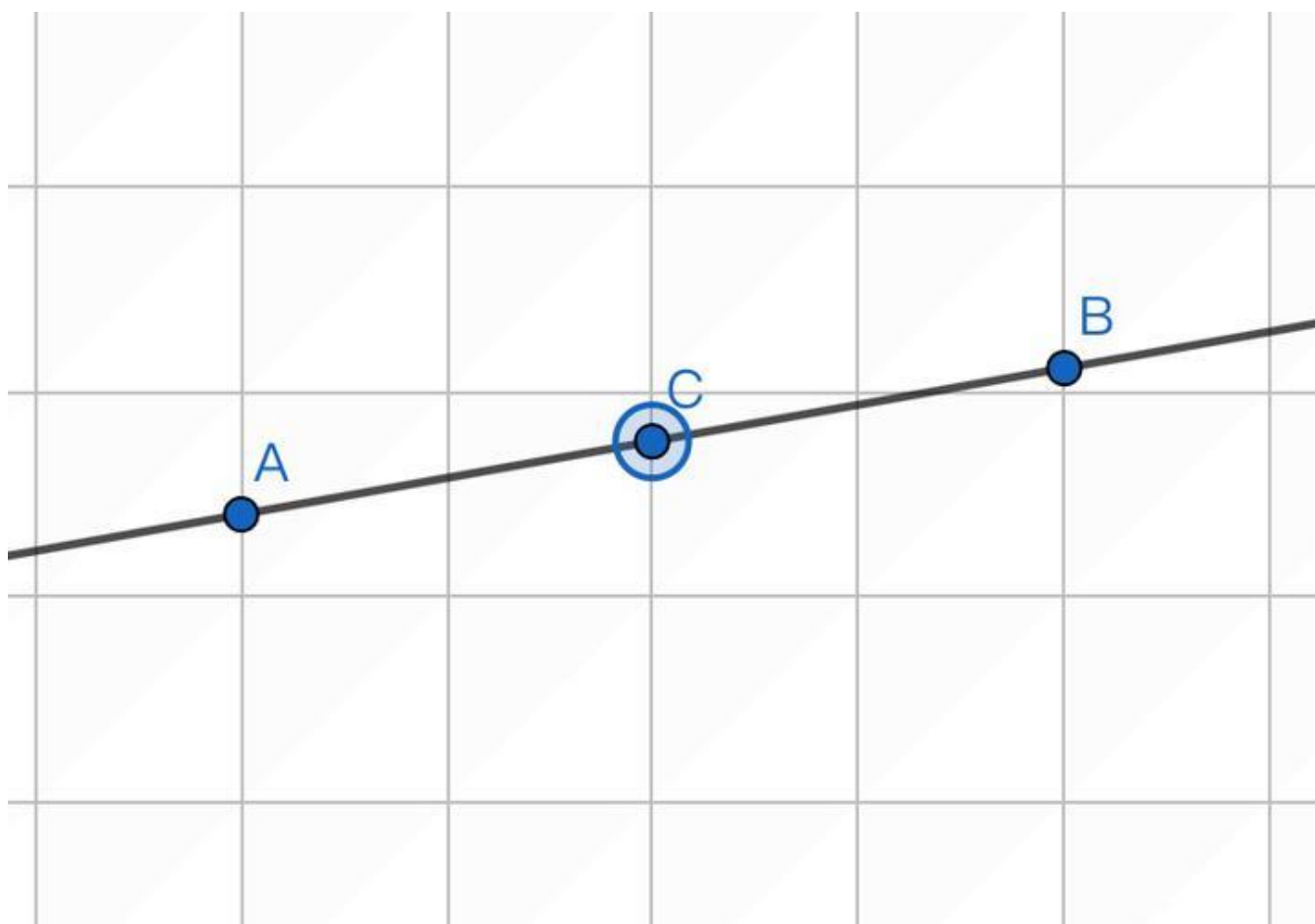
法 2.1.1 两端格点线段做中点

法 2.1.2 一端格点另一端格线点线段做中点

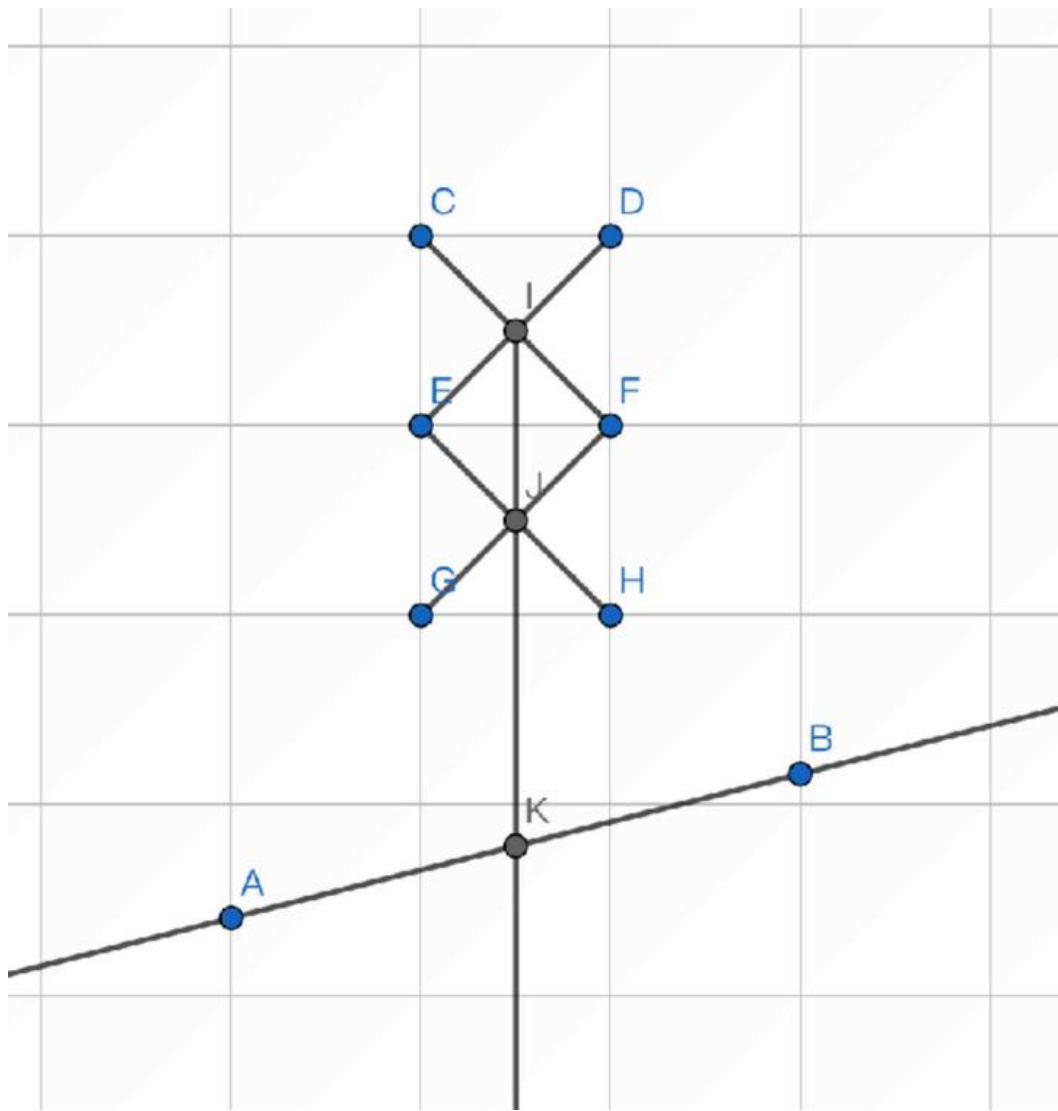
法 2.1.3.1 两端格线点（所在格线平行）线段做中点

这三种情况可以用同一种方法来解决（AB 为已知线段）

当两点之间的格子有偶数个时（两点所在网格线的距离），中点所在位置就是最中间那条网格线与直线交点



当两点之间的格子数为奇数个时，需要自己画出最中间那条网格线，其余同上



法 2.1.3.2 两端格线点（所在格线垂直）线段做中点

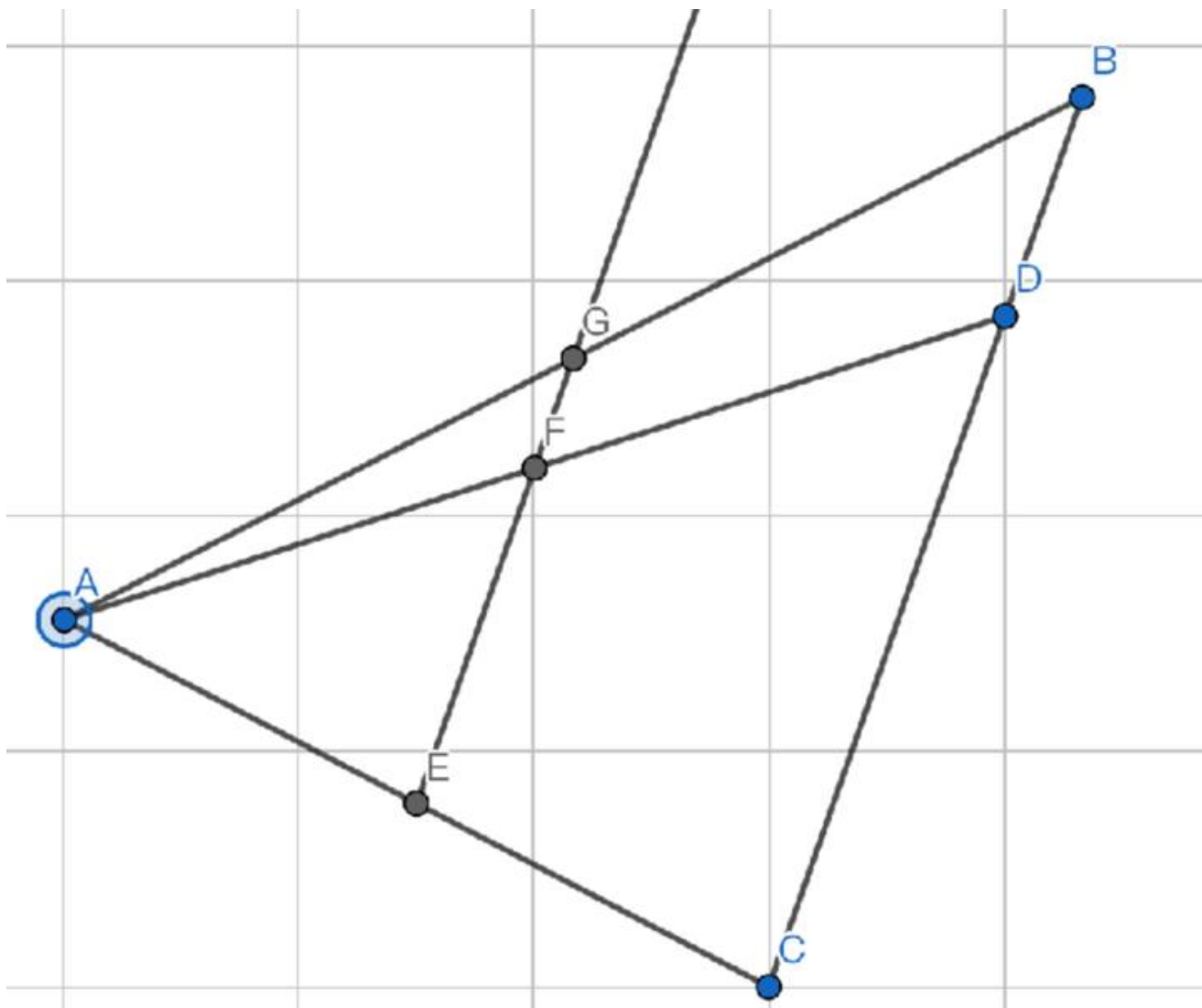
法 2.1.3.3 两端格线点（在同一条格线上）线段做中点

法 2.1.4 一端格点另一端盲点线段做中点

法 2.1.5 一端格线点另一端盲点线段做中点

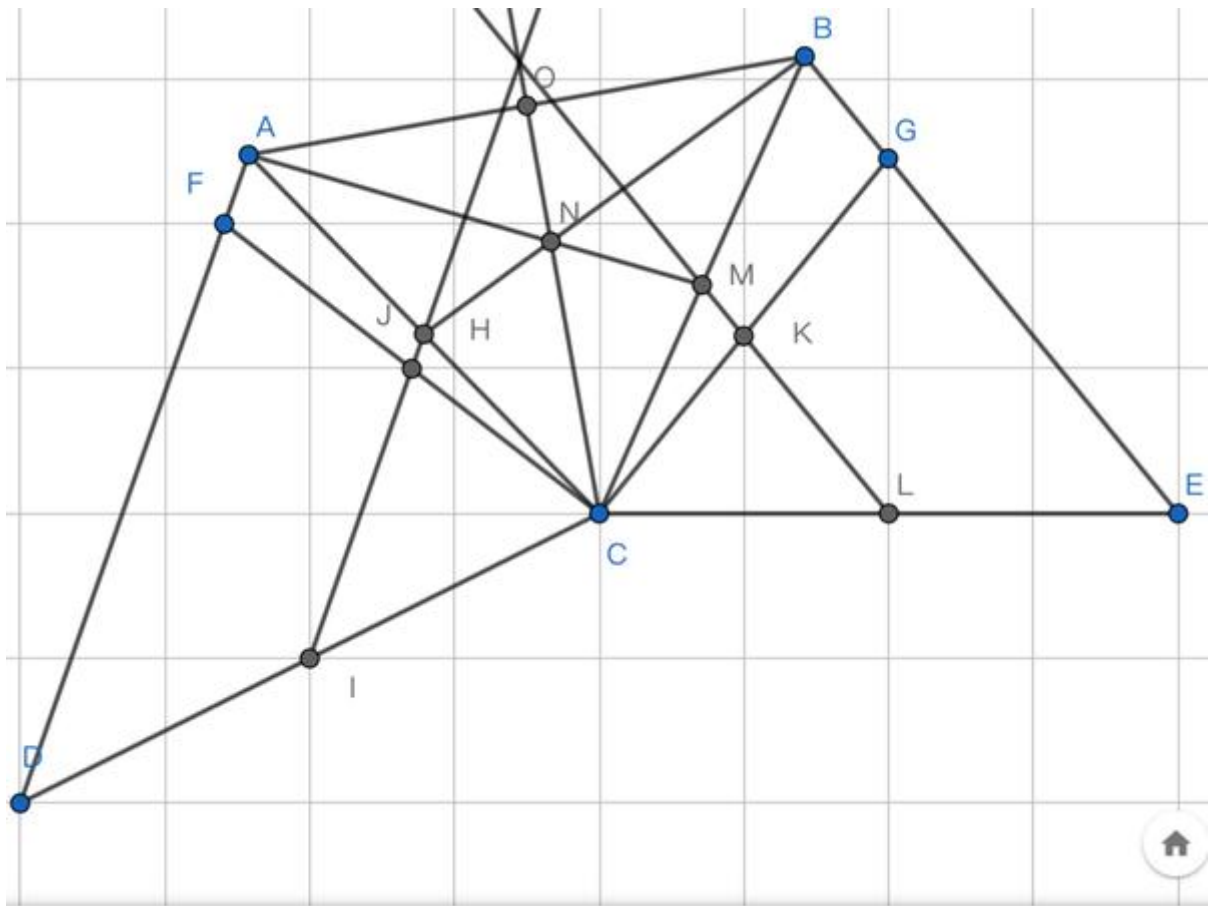
这四种情况可以用同一种方法来解决（AB 为已知线段）

做法：取格点 C，连接 AC BC，取 AC 中点 E（用法 2.1.2 做，图中未画出）BC 交格线于点 D，连接 AD 交格线于点 F 连接 EF 并延长交 AB 于点 G，点 G 即为所求



法 2.1.6 两端盲点线段做中点

做法：（AB 为已知线段）取格点 C，连接 AC BC，按照法 2.1.4 做出中点 H M（如图），连接 AM BH 交于点 N，连接 CN 并延长交 AB 于点 O，点 O 即为所求



法 2.2 做已知直线的平行线

（普遍性技巧）

（括号中的任意点可以是过指定点做平行线，也可以是任意取一个点）

法 2.2.1.1 过两个格点的直线做平行（任意点为格点）

法 2.2.1.2 过两个格点的直线做平行（任意点为格线点）

法 2.2.2.1 过一个格点的直线做平行（任意点为格点）

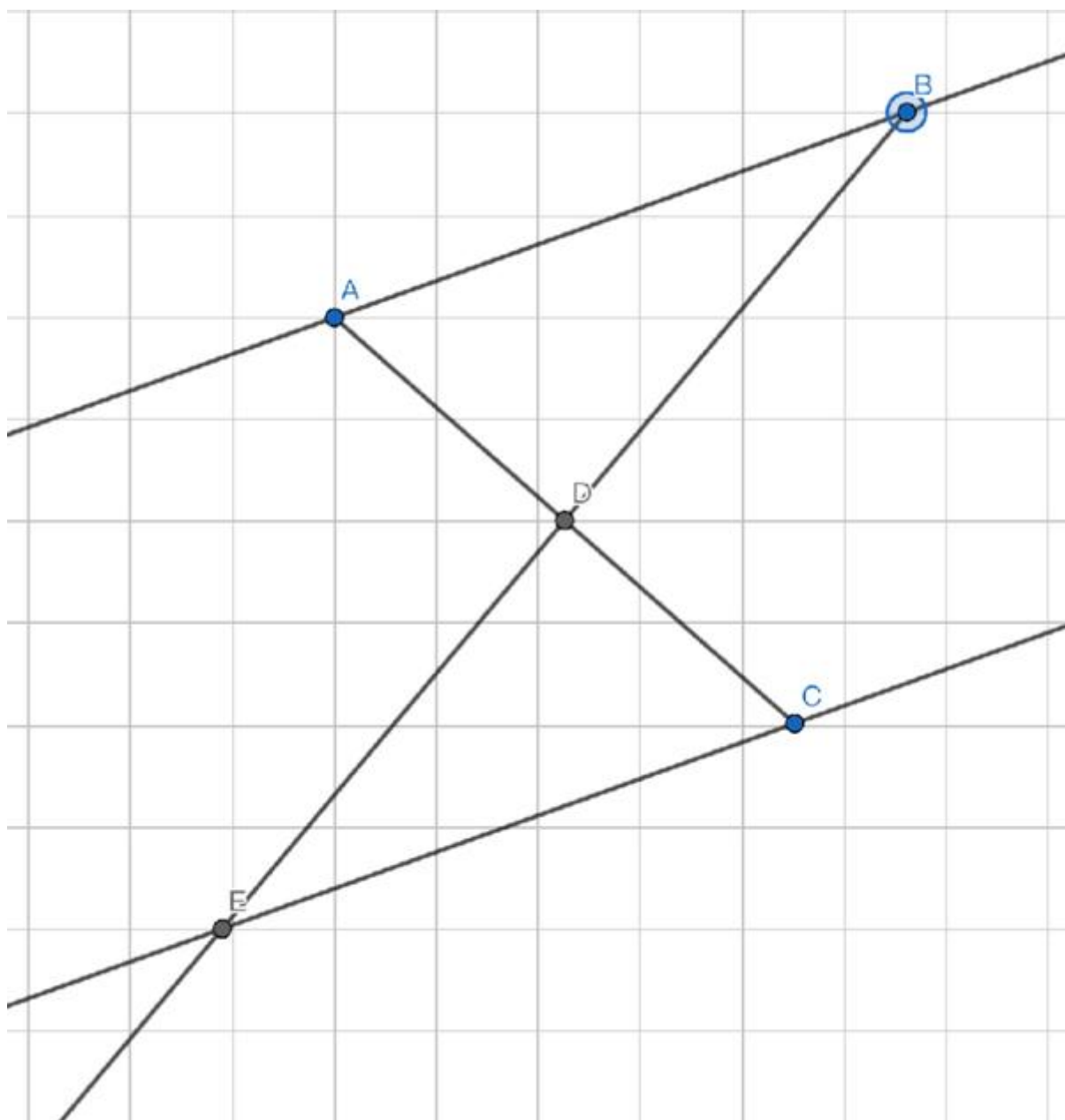
法 2.2.2.2 过一个格点的直线做平行（任意点为格线点）

这四种情况可以用同一种方法来解决

条件：AB 为已知直线，点 C 为任意点（在法 2.2.2.2 的情况下，选取点 B 所在的网格线需与点 C 所在网格线平行；在法 2.2.1 的情况下，不用找点 B）

做法：如图，原有直线交网格线于点 B，连接 AC，用法 2.1.2 做出 AC 中点 D，连接并延长 BD 交网格线于点 E，连接 EC，直线 EC 即为所求

证明：四边形 ABCE 是个平行四边形，所以 EC 平行于 AB



法 2.2.1.3 过两个格点的直线做平行（任意点为盲点）

法 2.2.2.3 过一个格点的直线做平行（任意点为盲点）

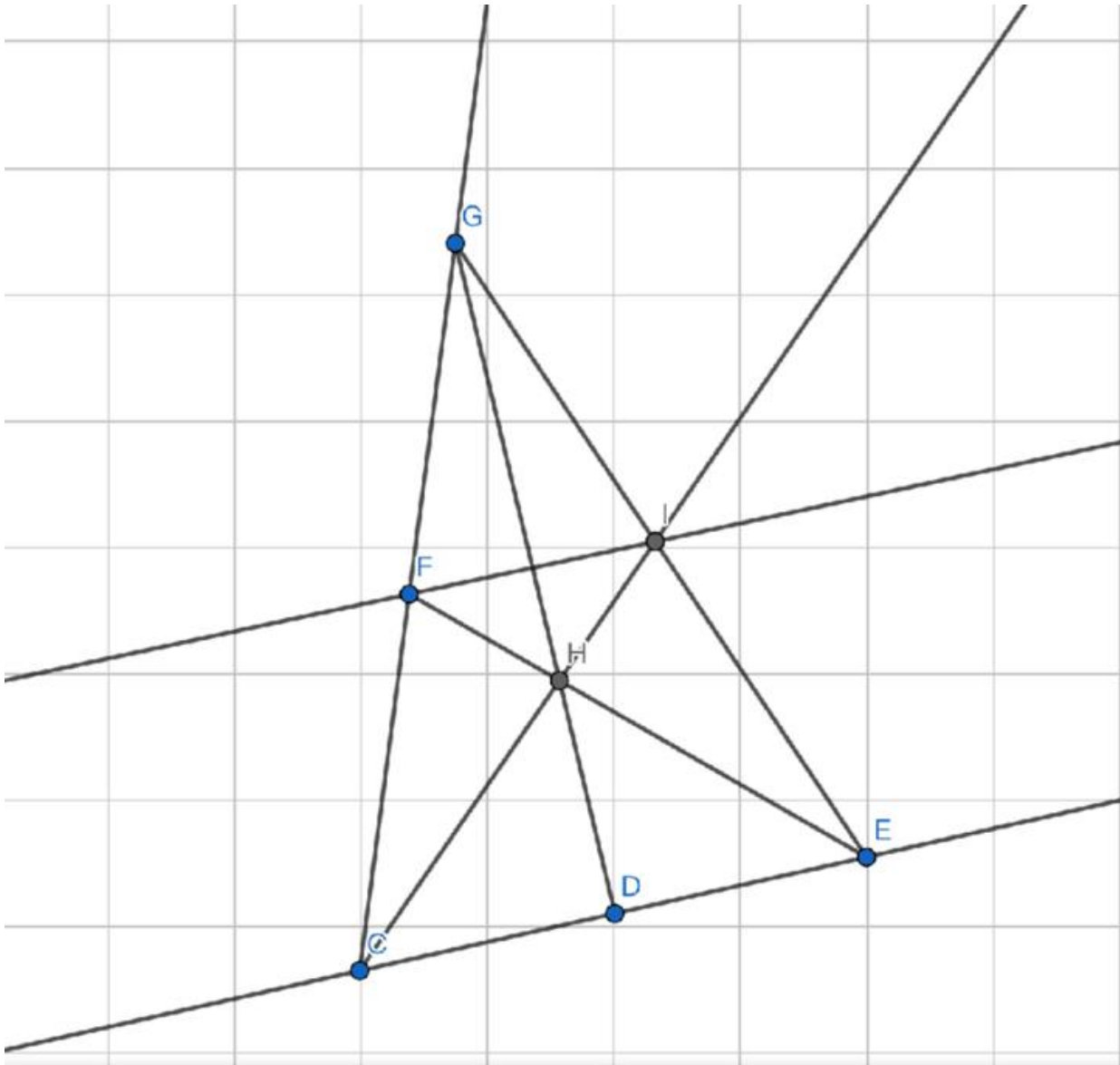
法 2.2.3 不过格点的直线做平行

这三种情况可以用同一种方法来解决

条件：无（在已知 $CD=DE$ 时可以用不用网格）

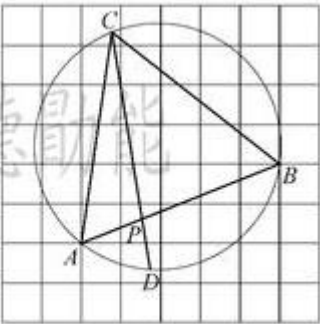
做法：如图，已知直线交格线于点 CDE ，任取一点 F （可以看作是过点 F 做平行），连接 CF 并延长，在延长线上任取一点 G ，连接 DG EF 交于点 H ，连接 EG 交 CH 的延长线交于点 I ，直线 FI 即为所求

证明：根据塞瓦定理，可得三角形 GFI 相似于三角形 GCE，所以平行



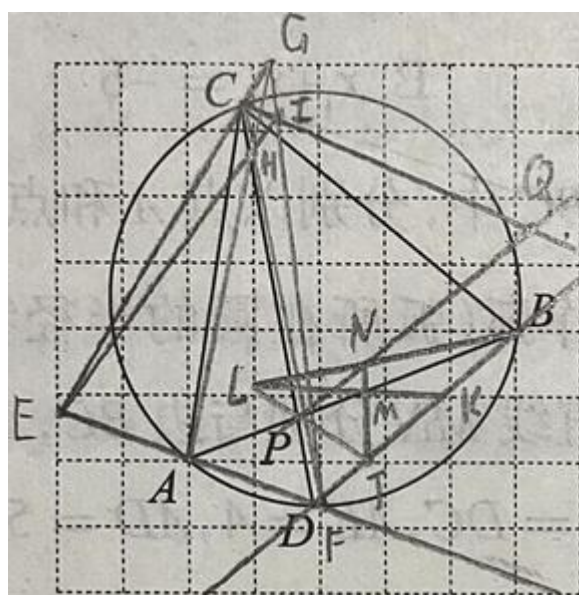
例 2.2 2023•天津中考（使用法 2.2）

- (18) 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，等边三角形 ABC 内接于圆，且顶点 A, B 均在格点上.
- (I) 线段 AB 的长为_____；
- (II) 若点 D 在圆上， AB 与 CD 相交于点 P ，请用无刻度的直尺，在如图所示的网格中，画出点 Q ，使 $\triangle CPQ$ 为等边三角形，并简要说明点 Q 的位置是如何找到的（不要求证明）_____.



第 (18) 题

解法:



第 18 题图

如图, 连接并向两端延长 AD 交网格线于点 E, F . 连接并延长 EC 交网格线于点 G , 连接 AG, FG, FC , FC 与 AG 交于点 H . 连接 EH 并延长交 GF 于点 I . 连接 CI 并延长, 连接 BD 交网格线于点 J, K . 连接并延长 JP 交网格线于点 L ,

各中, 等边三角形 ABC 内接于圆, 且顶点
连接 BL, KL , KL 与 BP 交于点 M . 连接并延长 TM
交 BL 于点 N . 连接 PN 并延长交 CI 延长线于点 Q
点 Q 即为所求 ($CQ \parallel AD$; $PQ \parallel BD$)

解析: 在圆内, 有角 CBA 等于角 CDA 等于 60° , 角 CAB 等于角 CDB 等于 60° , 使用法 2.2.2.3 做出 CI 平行于 AD , PN 平行于 BD , 可得角 ICD 等于角 CDA 等于 60° , 角 CPN 等于角 CDB 等于 60° , 所以三角形 CQB 是等边三角形

法 2.3 做已知直线的垂线

(普遍性技巧)

(如果要过指定点, 可以先按此方法做出垂线, 再使用法 2.2 将其平移至指定点)

(感谢@虚随 在评论区对法 2.3.2 和法 2.3.3 的改进方法)

法 2.3.1 过两个格点的直线做垂线

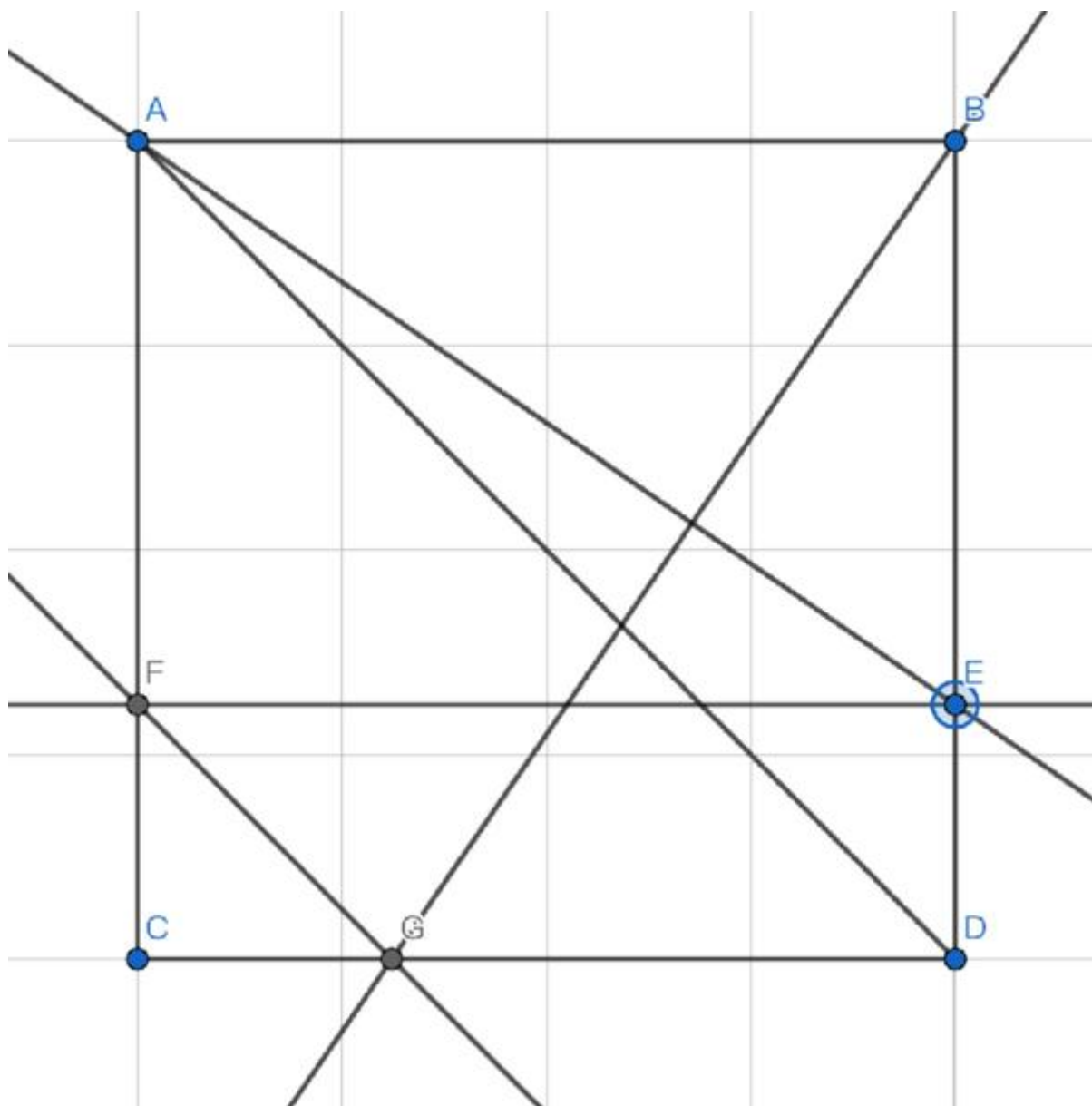
雷同于法 1.1.1, 在此省略

法 2.3.2 过一个格点的直线做垂线

注意：正方形 ABCD 是为了观看明显才画出的，可忽略，只要找对格点即可；直线 AE 为已知直线

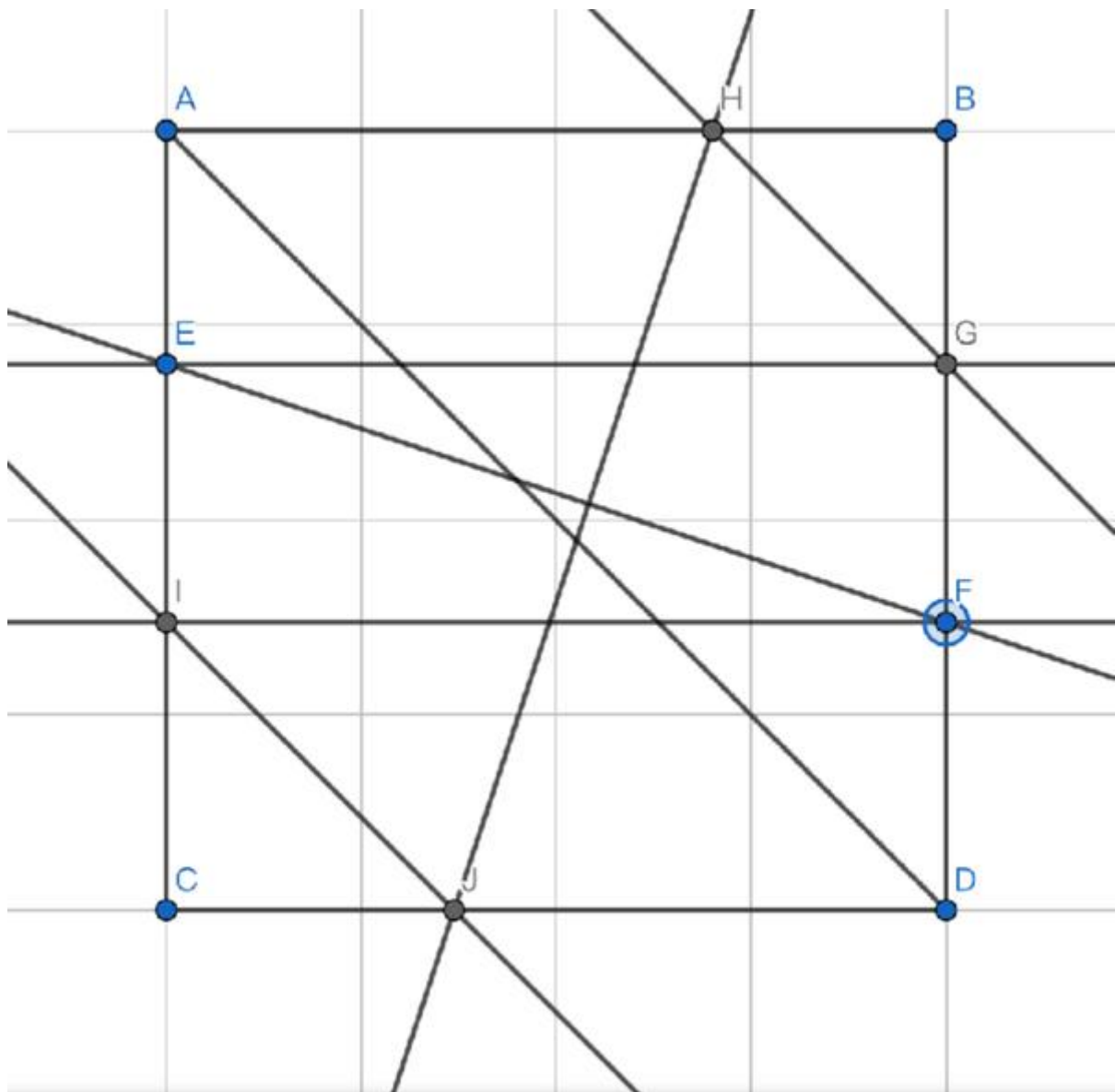
做法：过点 E 做 EF 平行于 CD，交 AC 于点 F（详见法 2.2.1.2，图中未画出），过点 F 做 FG 平行于 AD，交 CD 于点 G，连接 BD，直线 BD 即为所求

证明：ED=CF=CG，三角形 ABE 全等于三角形 BDG，一线三垂直模型



法 2.3.3 不过格点的直线做垂线

（EF 为已知直线）做法是做两次法 2.3.2，使 AE=HB，FD=CJ，四边形 AEFB 全等于四边形 BHJD，所以垂直



法 2.4 按比例分割线段

（普遍性技巧）

本法内，思路为做两条平行线并在两条平行线上向两边按比例取出线段，目的是为了出现相似三角形，使用对应边成比例，可按比例分割线段（比例中两数均为有理数）

为了方便演示，本法内所作比例均为 2:1

法 2.4.1 分割两端点为格点线段

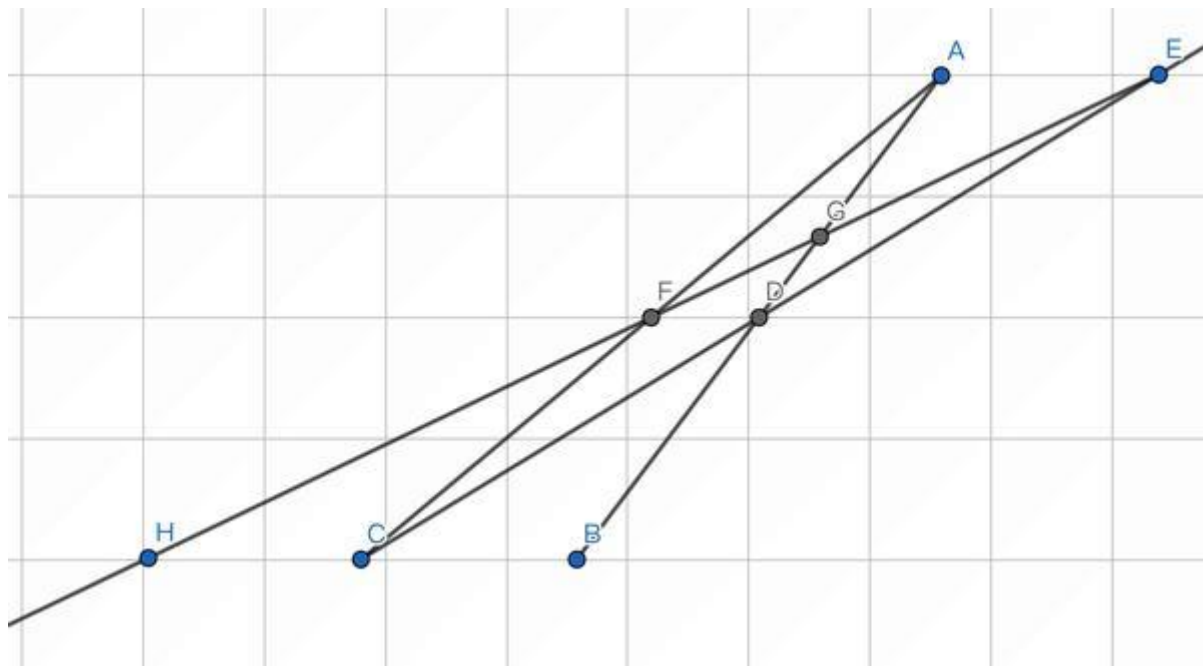
法 2.4.2 分割一端格点另一端格线点线段

法 2.4.3.1 分割两端格线点（所在格线平行）线段

这三种情况可以用同一种方法来解决

做法：先取条平行的网格线（HB 平行于 AE）在两条网格线上（使用法 2.7.1，先做 $CB=AE$ ，再做 $AE=HC$ ），做出 BH 等于 2AE，连接 EH 交 AB 于点 G， $BG:AG=2:1$

注：其实连接 EF 交 AB 于点 G 已经出来了，点 H 是为了方便理解



法 2.4.3.2 分割两端格线点（所在格线垂直）线段

法 2.4.3.3 分割两端格线点（在同一条格线上）线段

法 2.4.4 分割一端格点另一端盲点线段

法 2.4.5 分割一端格线点另一端盲点线段

法 2.4.6 分割两端盲点线段

法 2.5 关于直线做对称

（特殊性技巧）

法 2.5.1 直线过两个格点；对称点为格点

法 2.6 倍长已知线段

（普遍性技巧）

（以下所有方法所展示的是倍长 1 倍线段，如果要倍长 n 倍，重复方法 n 次即可）

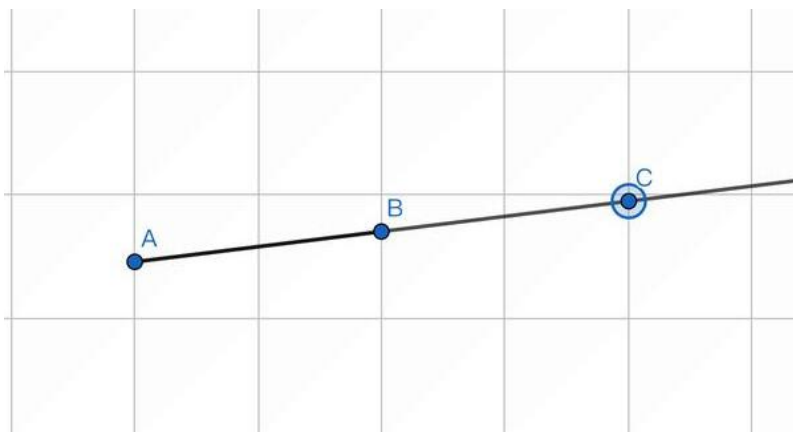
法 2.6.1 倍长两端格点线段

法 2.6.2 倍长一端格点另一端格线点线段

法 2.6.3.1 倍长两端格线点（所在格线平行）线段

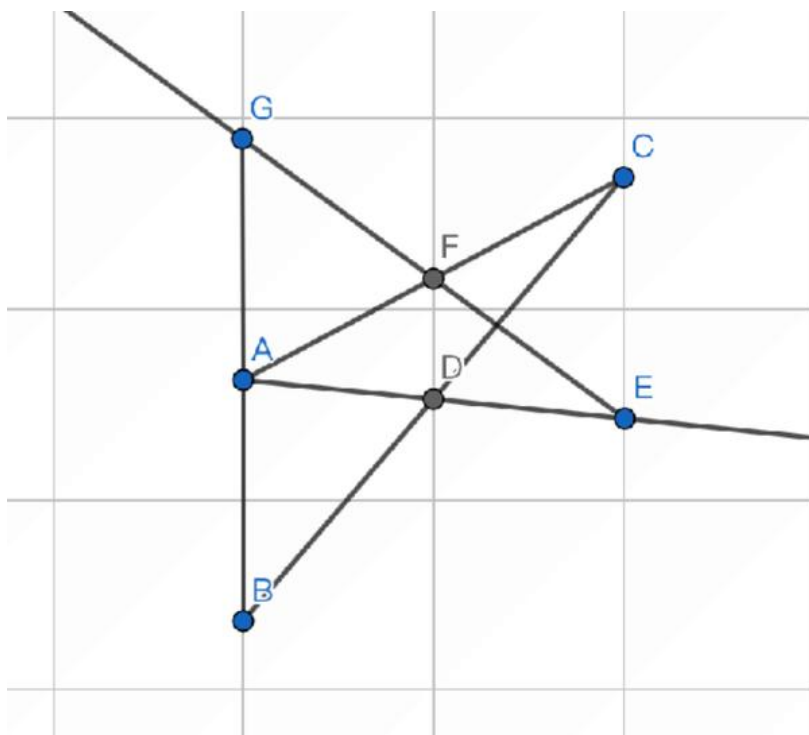
以上三种情况都可以用一种方法来解决（AB 为已知线段）

如图，延长 AB 交网格线于点 C， $AB=AC$



法 2.6.3.3 倍长两端格线点（在同一条格线上）线段

做法：（AB 为已知线段）如图，在网格线上任取一点 C，连接 AC BC 交网格线于点 F D，连接 AD 并延长交网格线于点 E，连接 EF 并延长交网格线于点 G， $BA=CE=AG$ ；也可以理解为做两次法 2.7.1



法 2.6.3.2 倍长两端格线点（所在格线垂直）线段

（待补）

法 2.6.4 倍长一端格点另一端盲点线段

（待补）

法 2.6.5 倍长一端格线点另一端盲点线段

（待补）

法 2.6.6 倍长两端盲点线段

（待补）

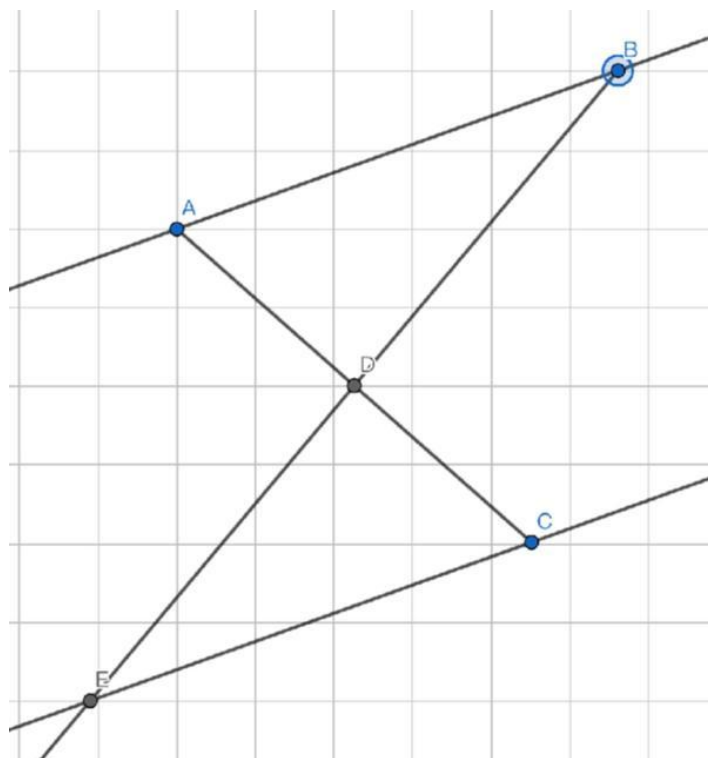
法 2.7 移动已知线段

（特殊性技巧）

法 2.7.1 两平行线间取等长线段

做法：如图，AB 平行于 EC，连接 AC，用法 2.1.2 做出 AC 中点 D，连接并延长 BD 交直线 EC 于点 E，线段 EC 即为所求

证明：四边形 ABCE 是个平行四边形，所以 EC 等于 AB



三、圆类

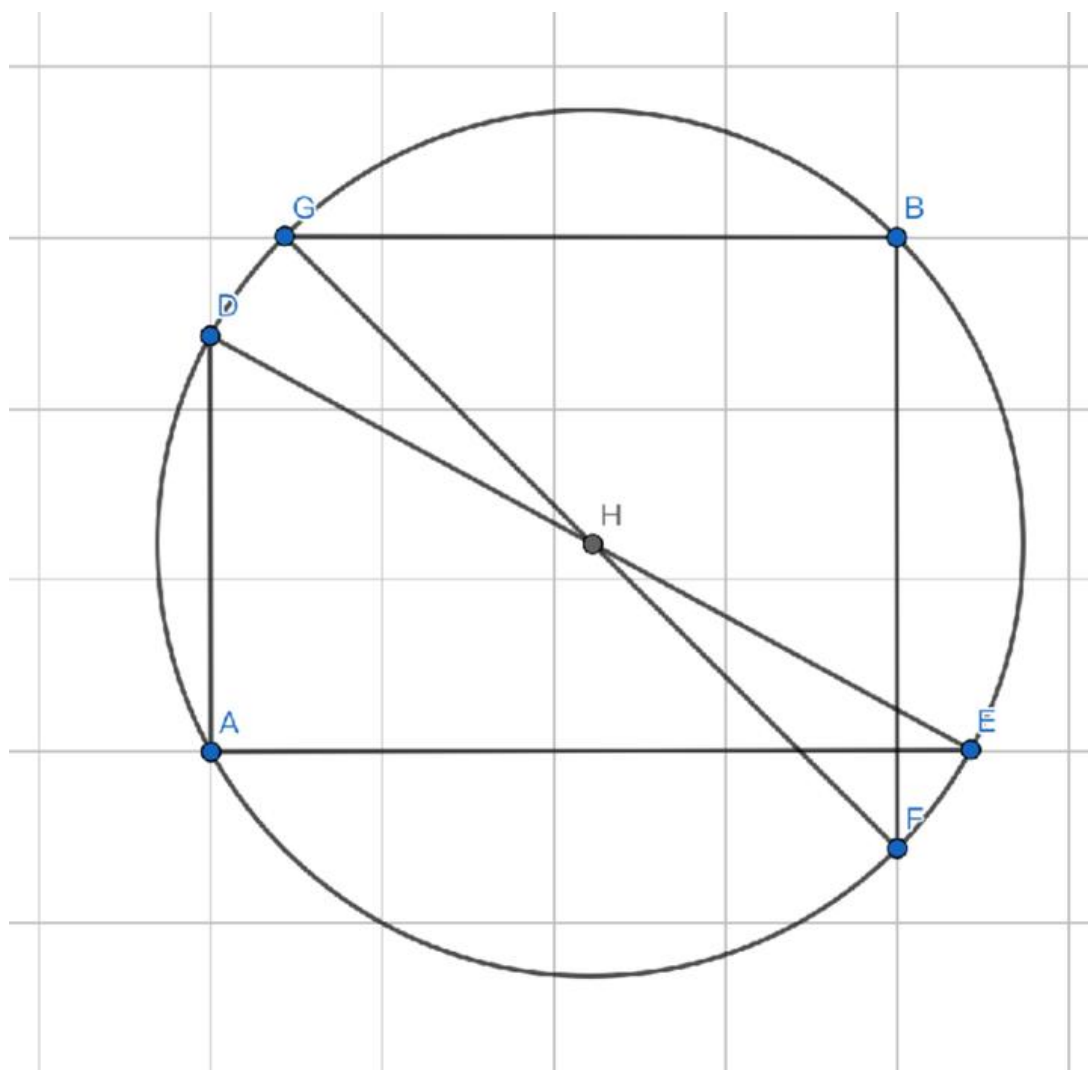
法 3.1 做圆心

（普遍性技巧）

法 3.1.1 圆上有两个格点（点 A B）

做法：取圆与格线交点 D E F G，连接 DE FG 交于点 H，点 H 即为所求

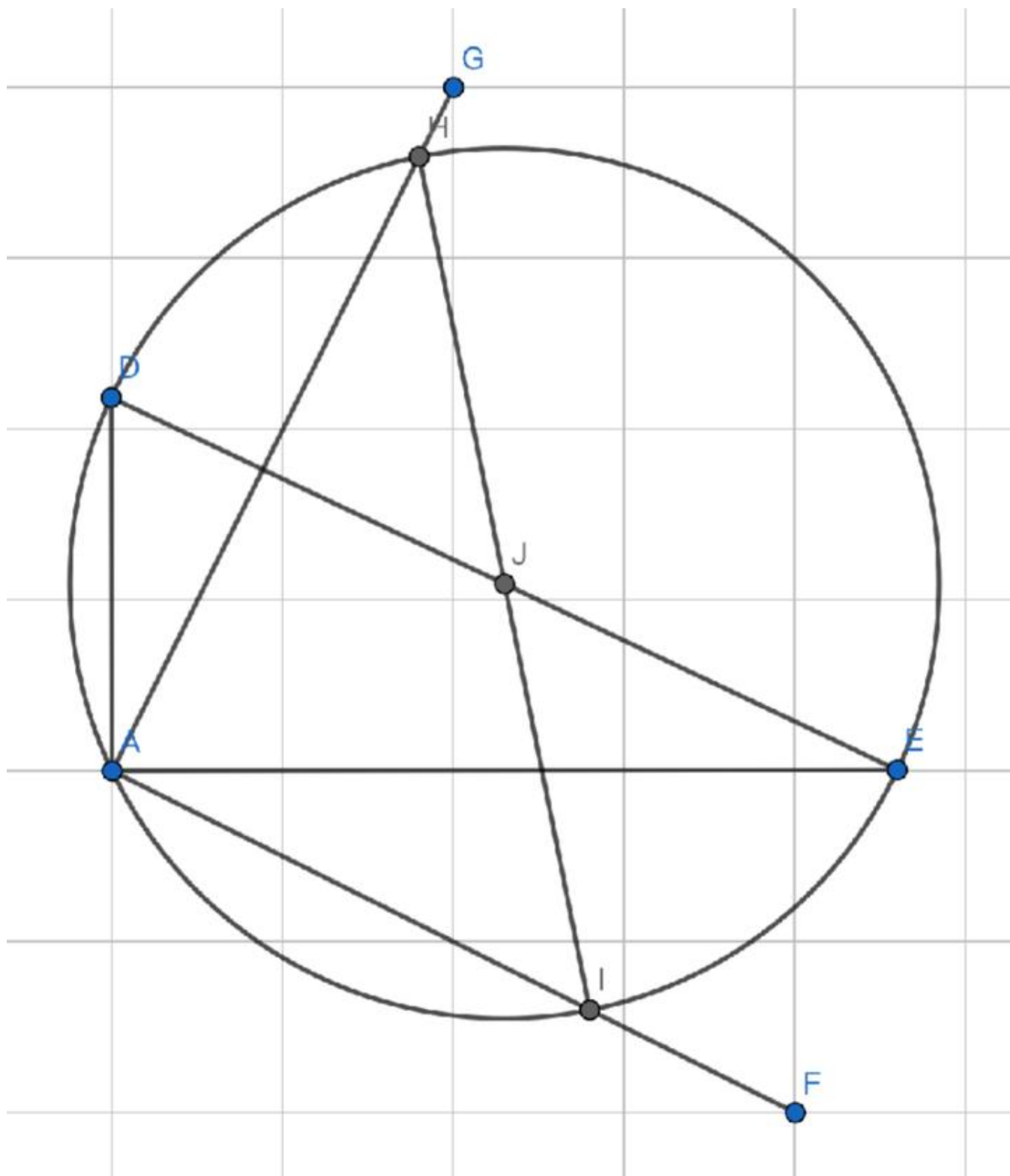
证明：直径所对的圆周角为直角



法 3.1.2 圆上有一个格点

做法：取圆与格线交点 D E，连接 DE，取格点 G F，连接 AG AF，交圆于点 H I，连接 HI，交 DE 于点 J，点 J 即为所求

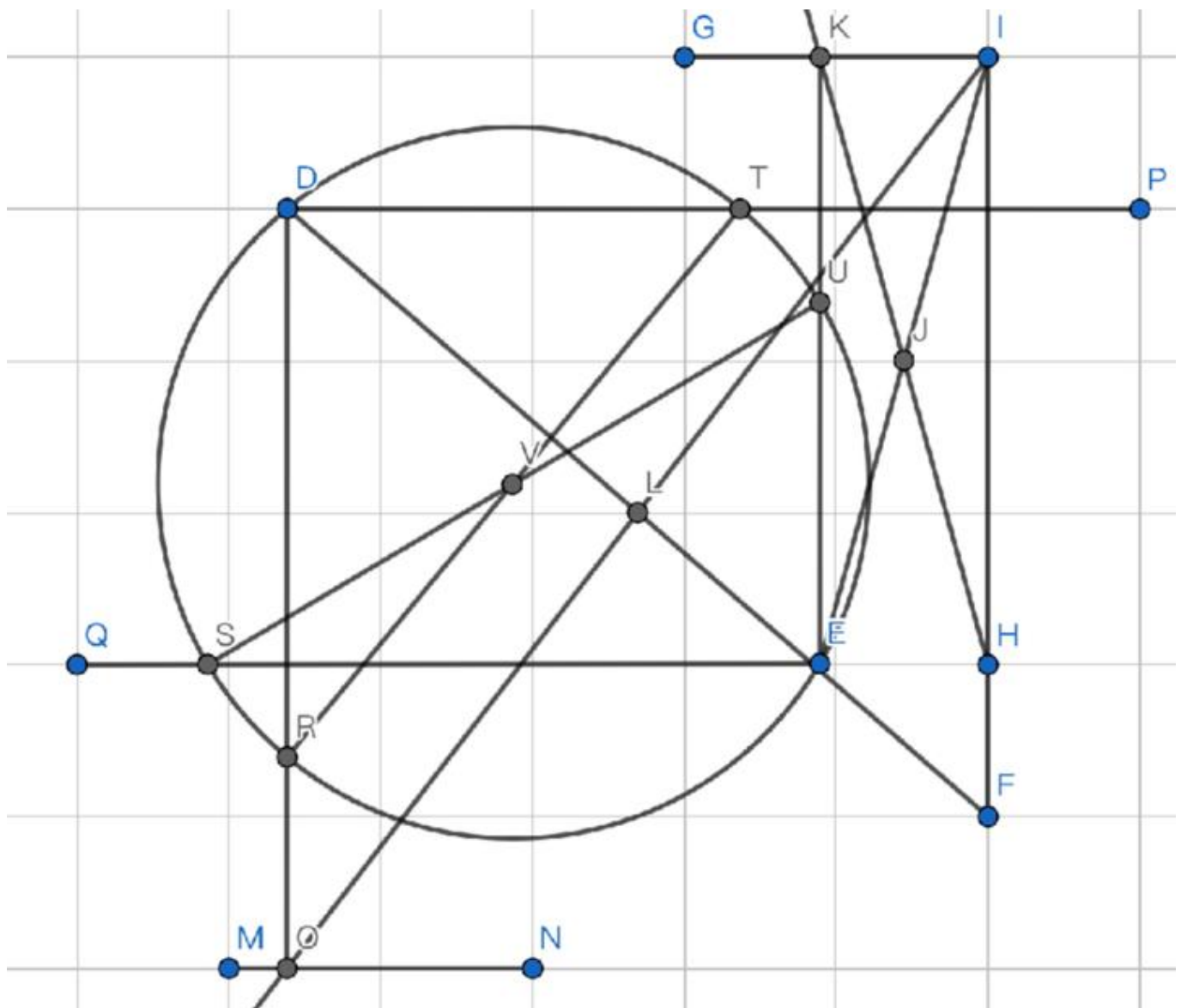
证明同上，就是做两个直径



法 3.1.3 圆上没有格点

做法：取圆与格线交点 D E，过点 D E 做平行于网格的直线（图中已画出，用法 2.2.1.1 做）交圆于点 R T 和点 U S，连接 RT US 交于点 V，点 V 即为所求

证明同上，也是做两个直径



法 3.2 做等弧

（普遍性技巧）

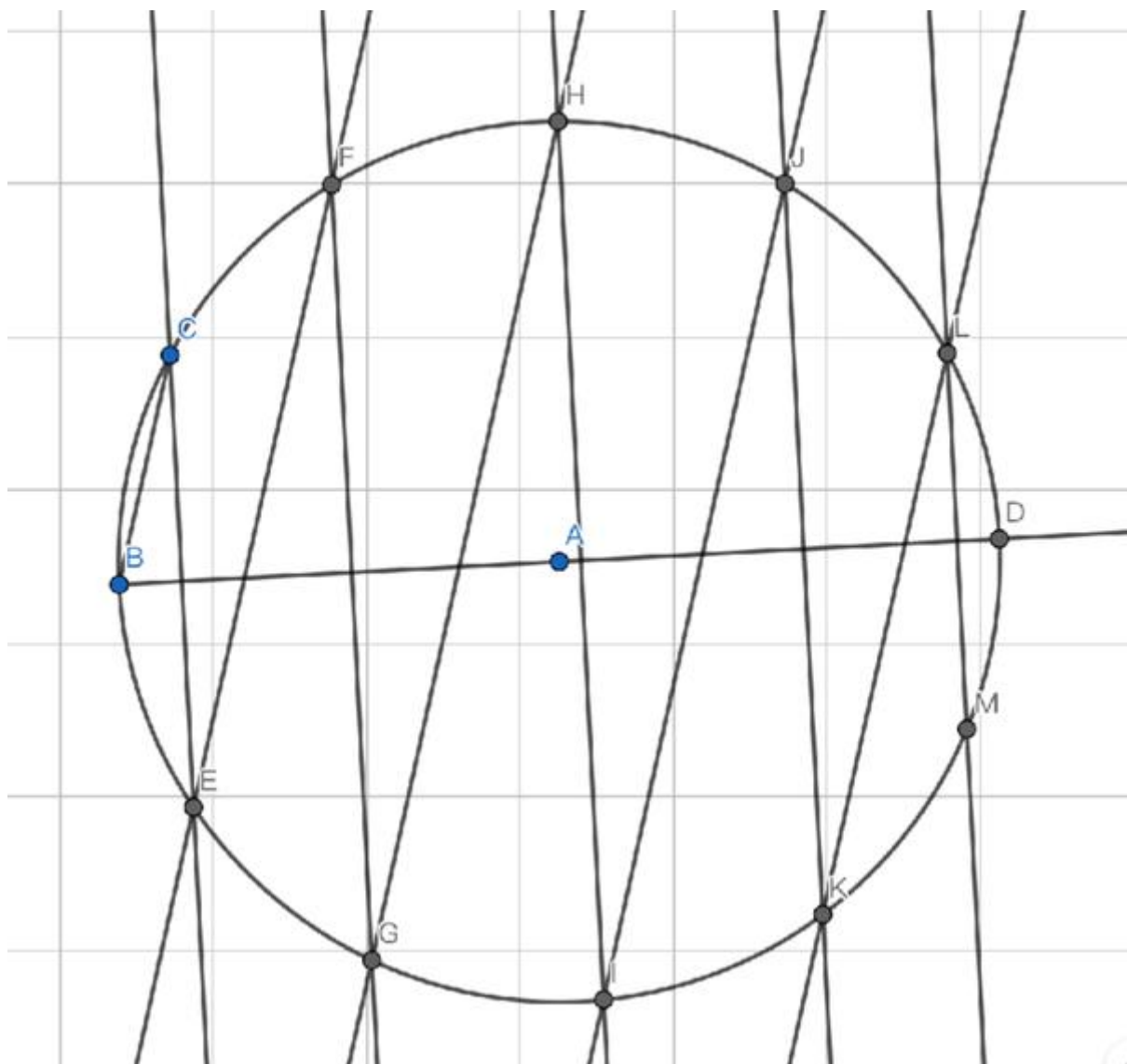
（在法 3.2 中，A 为圆心，BC 为给定弧，法 3.2.3 中，点 D 为指定点）

法 3.2.1 首尾相接做等弧

（做平行用法 2.2.3，做垂直用法 2.3.3，别问我为什么不画出来，真的太复杂了）

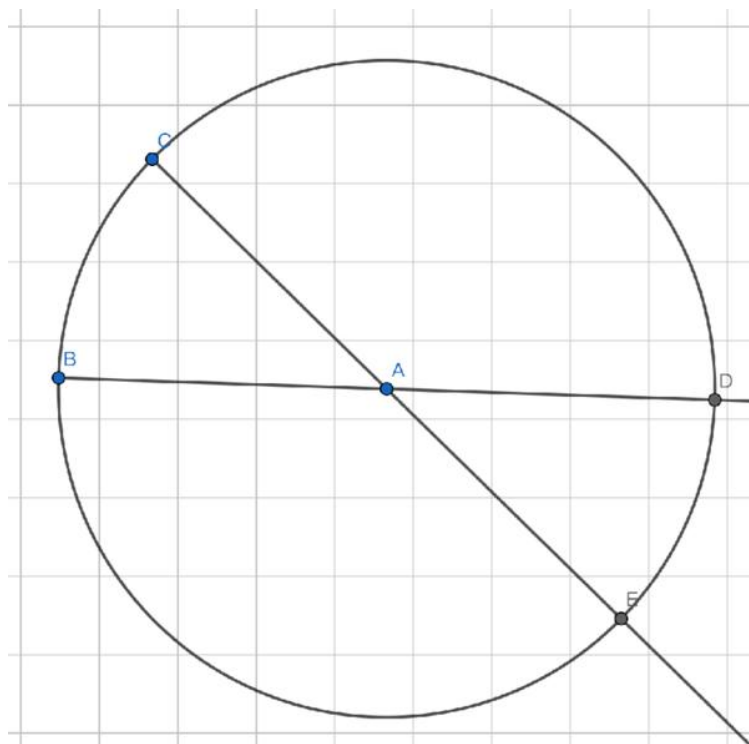
做法：连接并延长 BA 交圆于点 D，连接 BC，过点 C 做 CE 垂直于 BA，交圆于点 E，过点 E 做 EF 平行于 BC，交圆于点 F，过点 F 做 FG 垂直于 BA，交圆于点 G……就这样一直下去，所形成的两个相邻的点（除点 D）之间的弧都是等弧

证明：每个弧的圆周角都是相等的（内错角相等），所以每个弧的圆心角都相等，所以都是等弧



法 3.2.2 关于圆中心对称的等弧

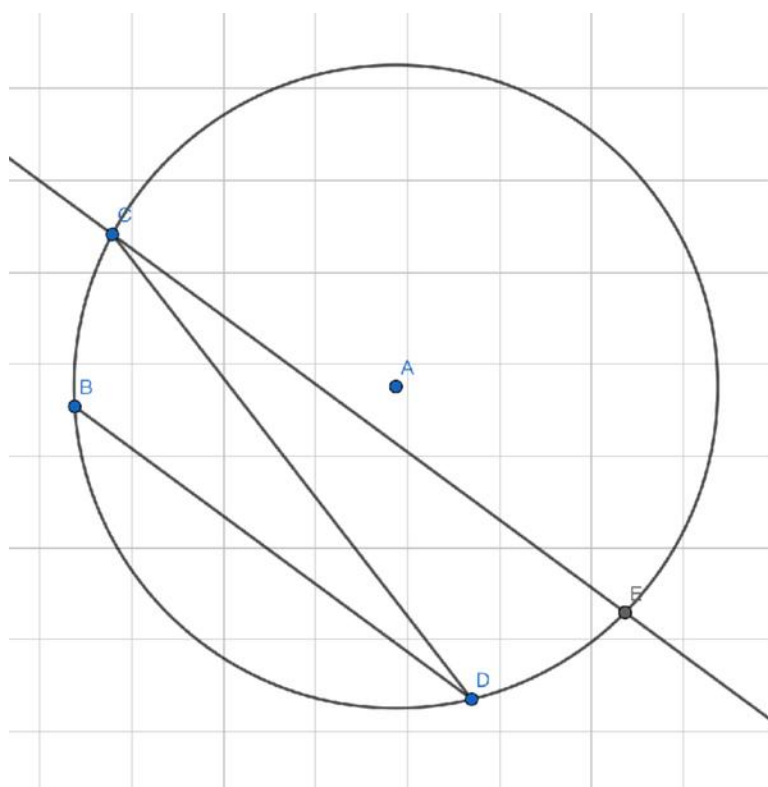
做法：连接并延长 CA BA，交圆于点 D E，显然这两个弧相等



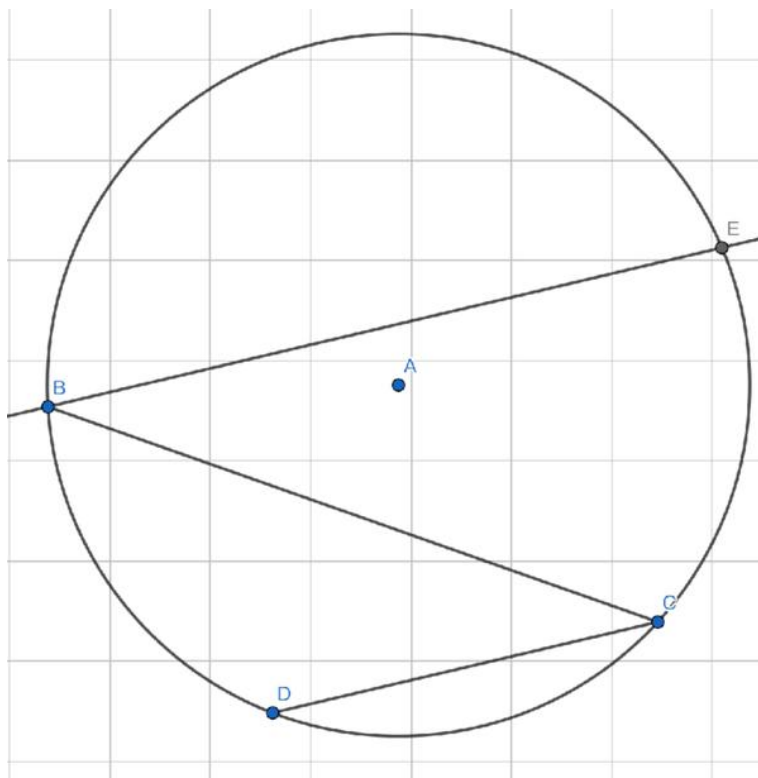
法 3.2.3 平行线出等弧

做法：连接 BD CD，过点 C 做 CE 平行于 BD，交圆于点 E，如果要在点 D 的另一边做等弧，过点 B 做平行即可

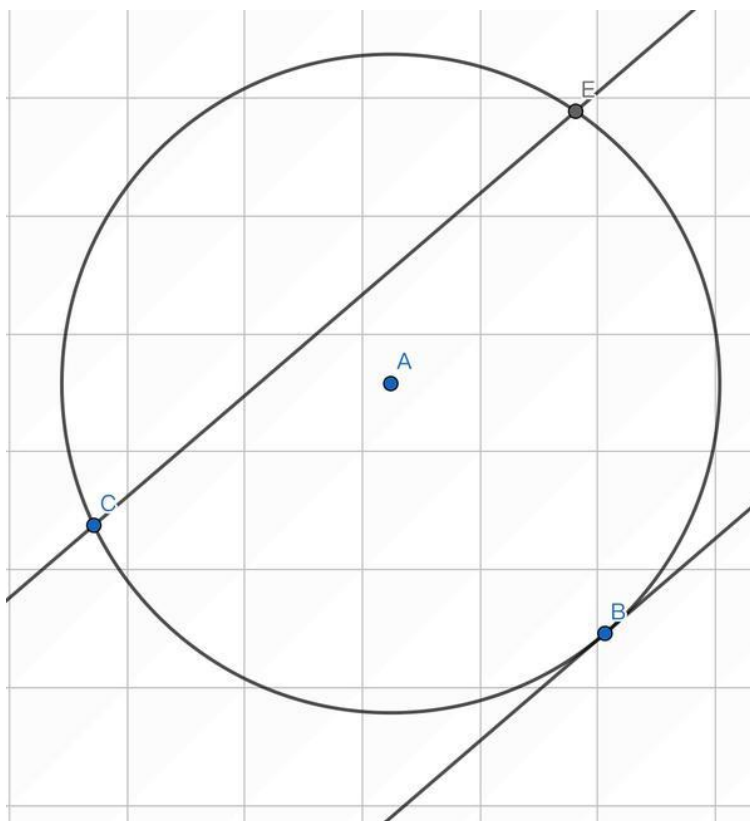
证明：同法 3.2.1



如果目标点在弧中间，可以看作是弧 BD 过点 C 做等弧



如果点 B 与点 D 重合，需要先过点 B 做圆的切线（法 3.3.1），再过点 C 做平行于切线的直线，交圆于点 E，弧 BC=弧 BE



法 3.3 做切线

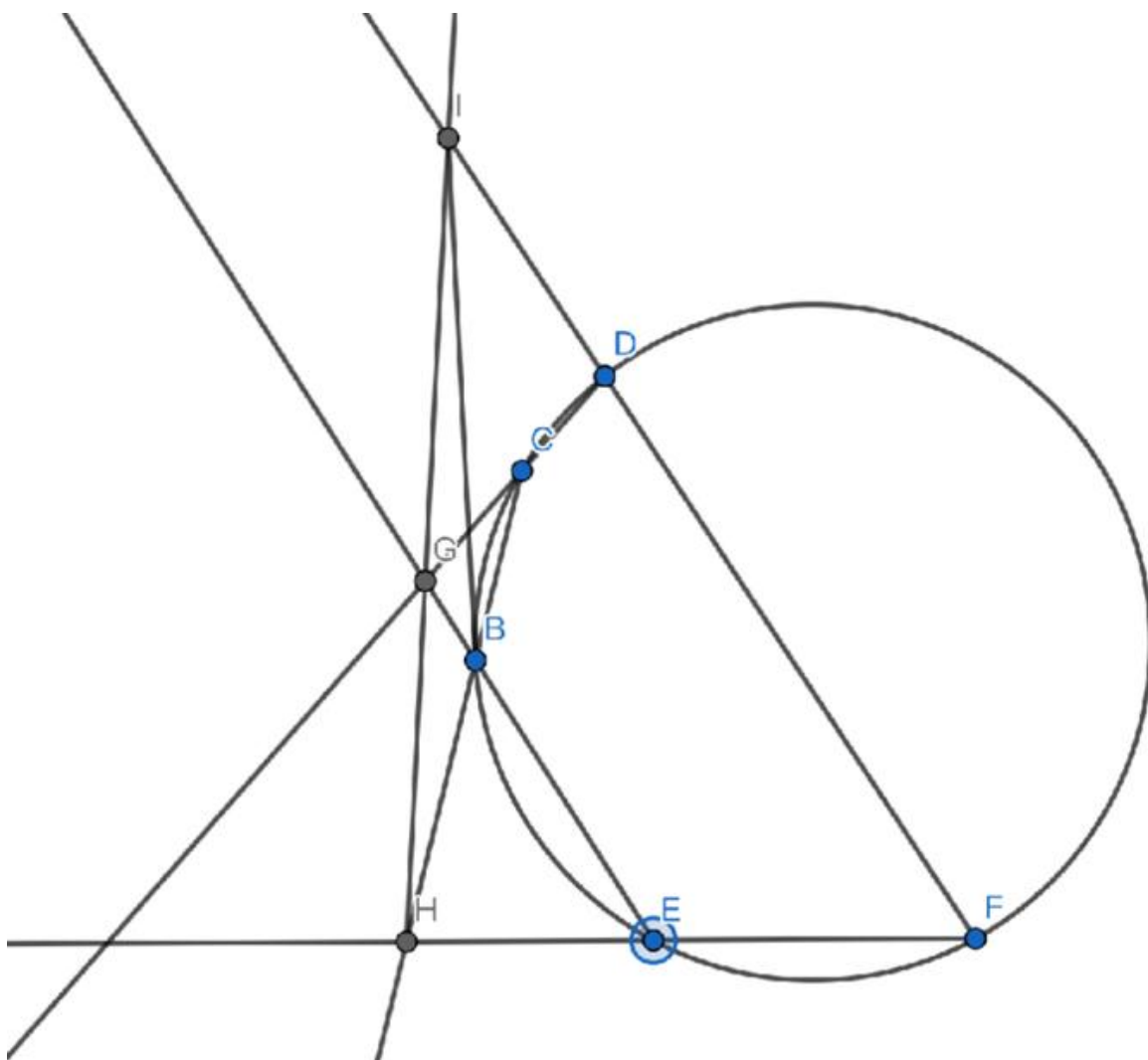
（特殊性技巧）

法 3.3.1 帕斯卡五点作切

条件：一个目标点（图中点 B）和四个圆上点（不用圆心）（不用网格）

做法：如图，在圆上任取四个点（点 B 左右各两个），连接并延长 FE FD，连接并延长 DC EF 交于点 G，连接 CB 并延长交 FE 于点 H，连接 HG 并延长交 FD 于点 I，连接 BI，直线 BI 即为所求

技巧：此方法占地太大，可将点 C D E 靠近点 B，点 F 远离点 B 来缩小占地面积



法 3.3.2 过圆外一点做圆的切线

（感觉无普遍解）

法 3.3.3 做两个圆的公切线

(感觉无普遍解)

法 3.4 平分弧

(特殊性技巧)

(待补)

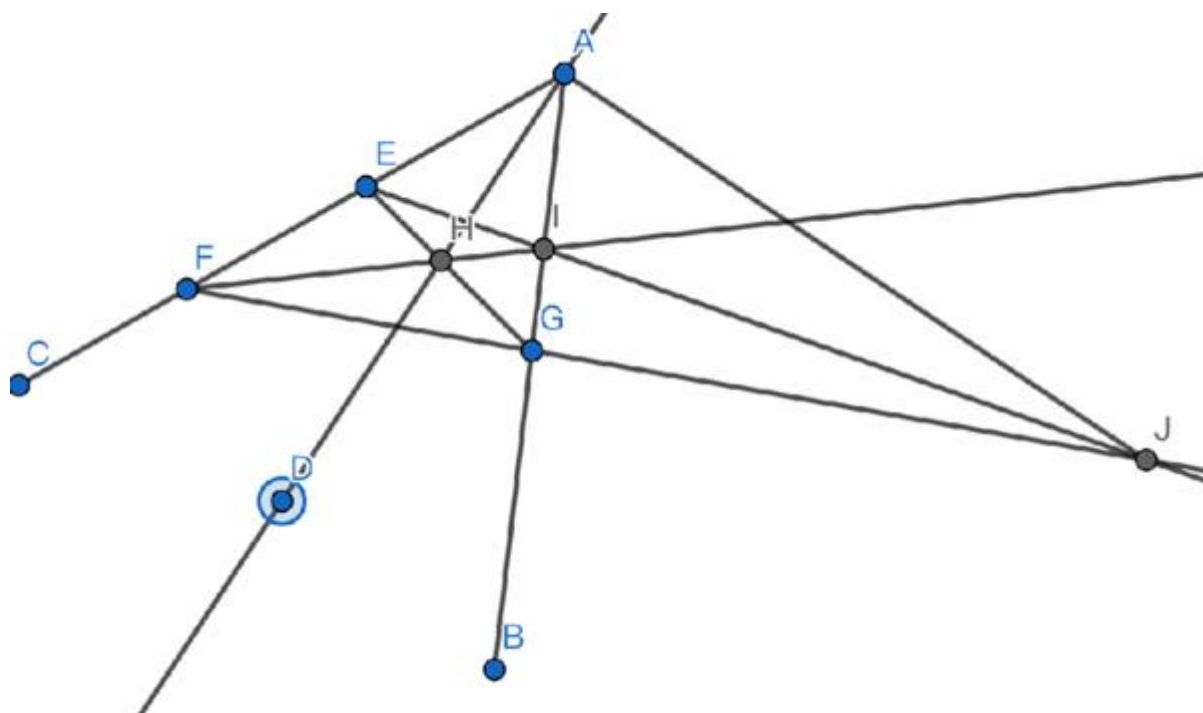
四、直线+角类

法 4.1 角辅助作直线的垂线

法 4.1.1 做角平分线的垂线

条件：AD 为角 BAC 的角平分线 (不用网格)

做法：如图，在 AC 上任取两点 E F，在 AB 上任取一点 G，连接 EG 交 AD 于点 H，连接 FH 并延长交 AB 于点 I，连接并延长 EI FG 交于点 J，连接 AJ，AJ 垂直于 AD



法 4.2 胡不归模型

(待补)

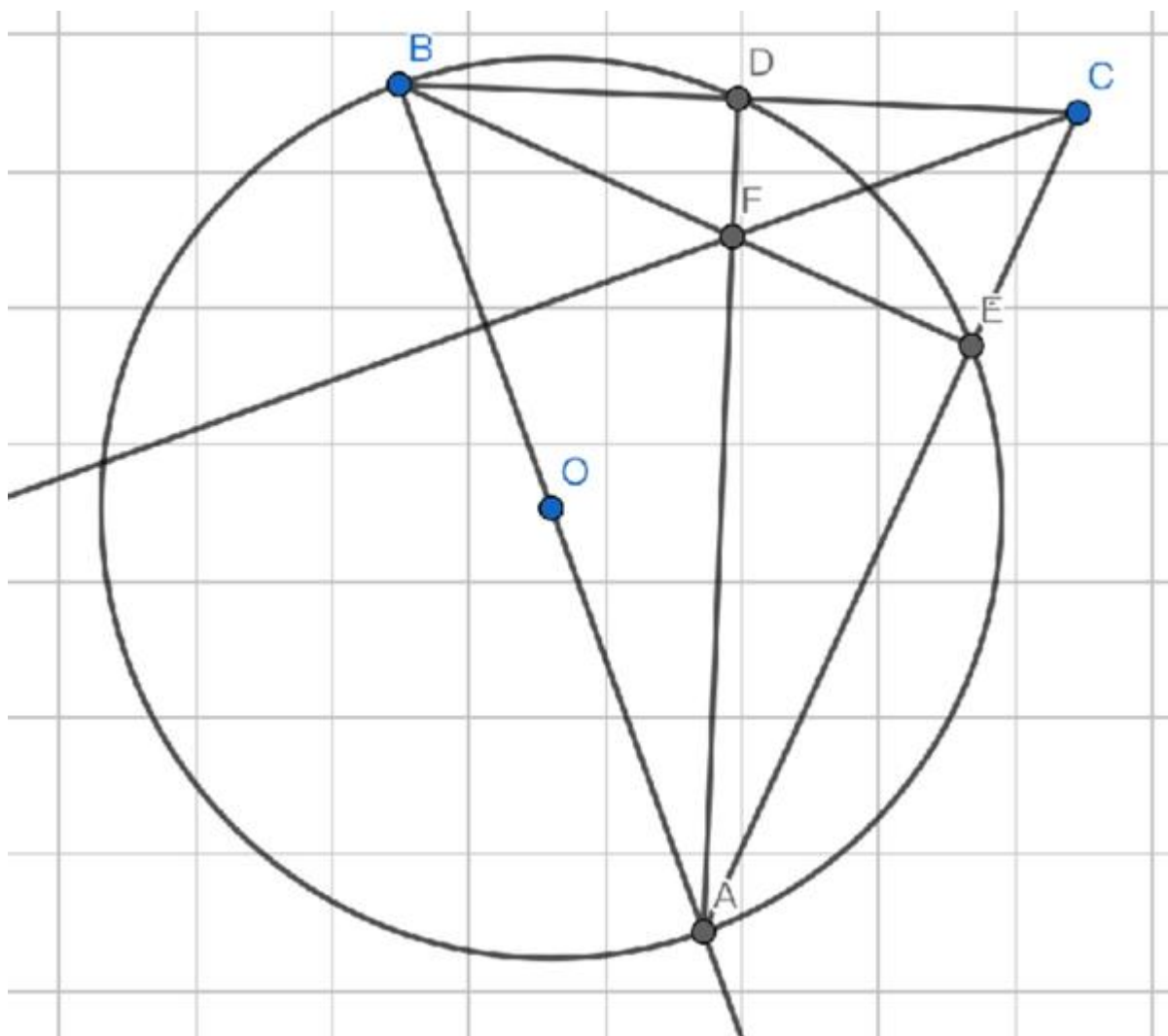
五、直线+圆类

法 5.1 圆辅助作直线的垂线

法 5.1.1 做直径的垂线

条件：AB 为圆的直径（不用圆心）（不用网格）

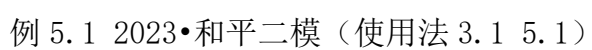
做法：如图，AB 为圆的直径，在圆外任取一点 C，连接 BC AC，交圆于点 D E，连接 AD BE，交于点 F，连接并延长 CF，CF 垂直于 AB



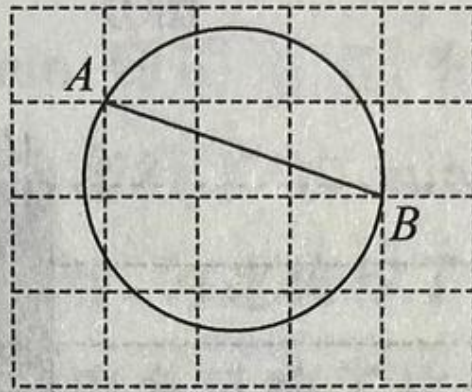
法 5.1.2 在直径上任意一点（图中点 G）做该直径的垂线

条件：AB 为圆的直径（不用圆心）（不用网格）

做法：如图，先按法 5.1.1 做出一条垂线，交圆于点 I H，连接 IG 并延长交圆于点 J，连接 HA JB，交于点 K，连接 KG，线段 KG 即为所求



18. 如图,在每个小正方形的边长为 1 的网格中,
圆上的点 A, B 均在格点上.



- (I) 线段 AB 的长等于_____;
- (II) 若点 M, N 分别在圆上, 满足 $\angle MAN = 90^\circ$ 且 $AM = AN$. 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点 M, N , 并简要说明点 M, N 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.

法 5.2 圆辅助找线段

(待补)

法 5.3 阿氏圆模型

(待补)

六、角类+圆类

法 6.1 圆辅助找等角

(待补)

法 6.2 圆辅助找角平分线

(待补)

法 6.3 特定长度弧对特定度数圆周角

(待补)

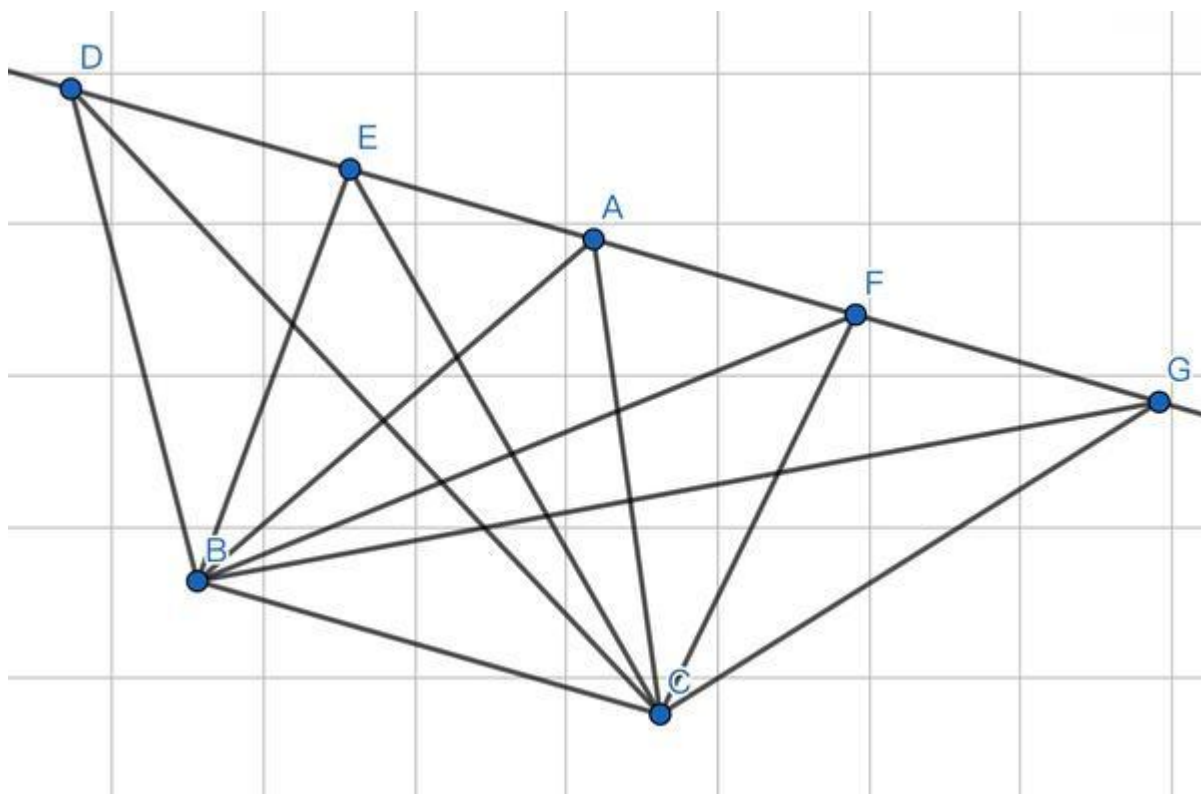
七、其他类

法 7.1 等高模型

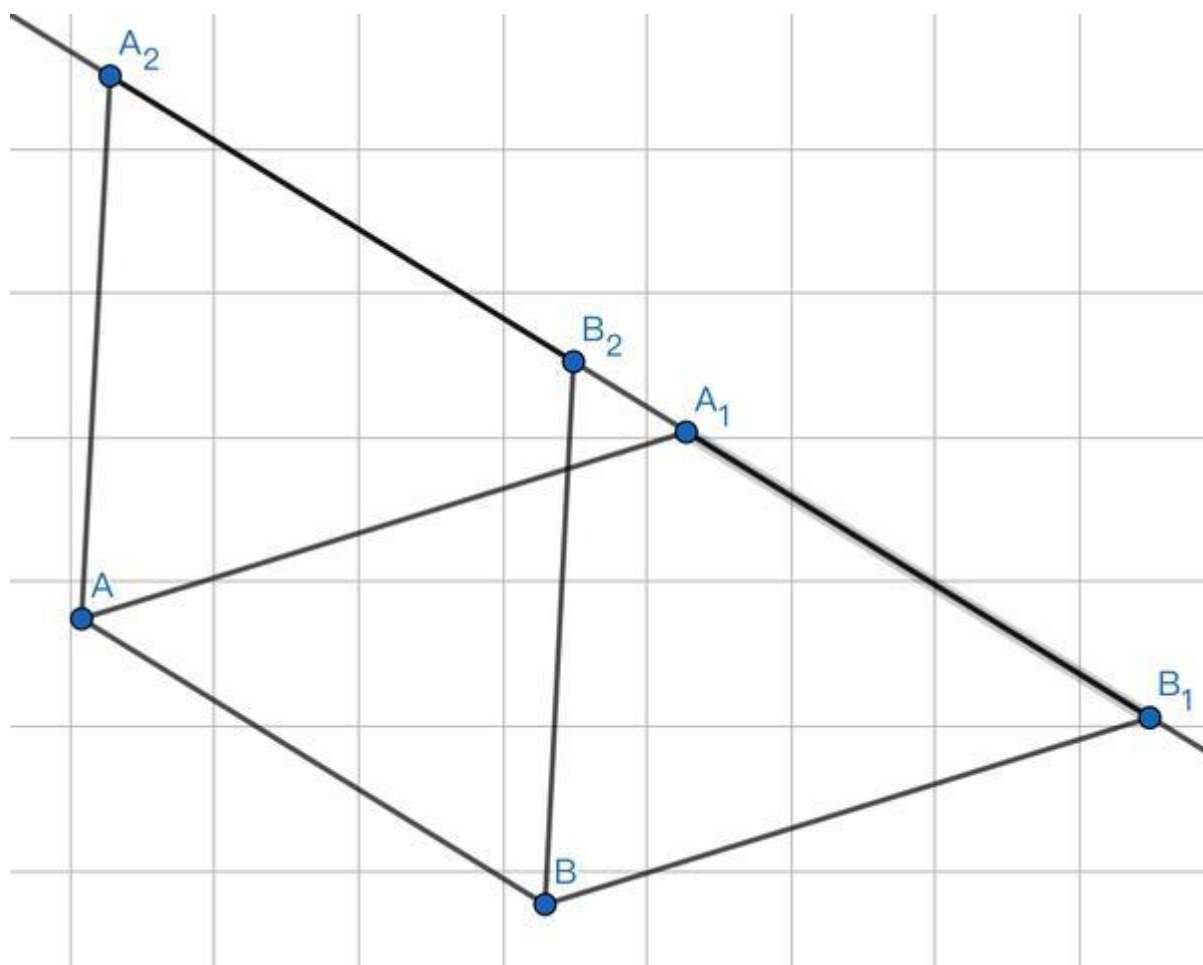
对于任意三角形、平行四边形、梯形，过一点（一条线，梯形为相平行的两条线之一）做对边的平行线，在平行线上任取一点（与原线段等长的线段），形成一个新的图形，则该图形与原图形面积相等

做法：如图，过点 A 做 BC 的平行线，在上面任取一点（点 DEFG）则三角形 DBC、EBC、ABC、FBC、GBC 面积相等，

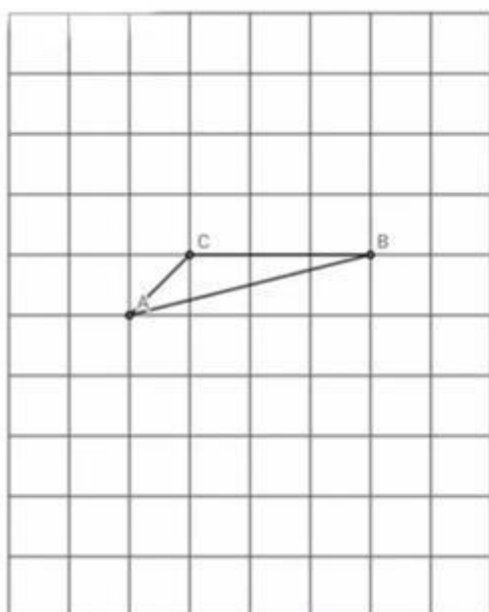
证明：因为点 ADEFG 到直线 BC 的距离相等，根据三角形面积公式，底边为 BC，高相等，所以面积相等



做法：如图在 AB 的平行线上做 $A_1B_1=A_2B_2$ ，四边形 A_1B_1AB 和 A_2B_2AB 都为平行四边形，根据平行四边形面积公式，底边为 AB，高为两平行线距离，所以面积相等



例 7.1 2014 · 天津中考（使用法 7.1）



(2014·天津)在 10×8 的网格中有一 $\triangle ABC$ ， A, B, C 均为如图所示格点。用无刻度直尺，画出一个以AB为边的矩形，使该矩形的面积 $=AC^2+BC^2$ ，并简要说明画图方法。

法 7.2 建系法

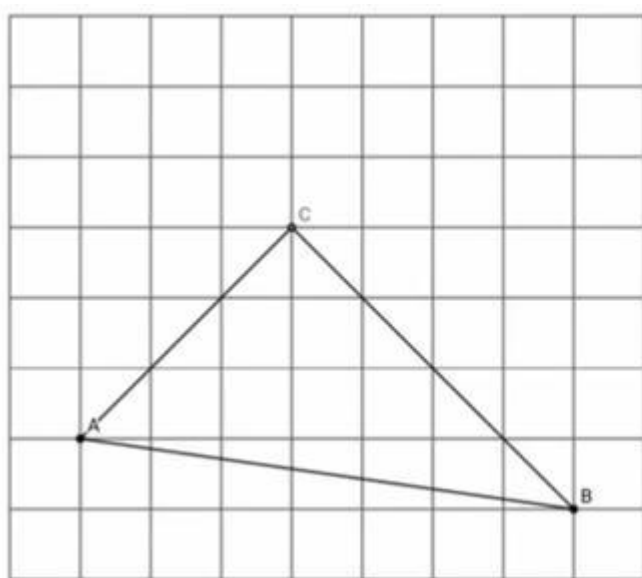
对于任意一道题，若目标点为定点，则可以用建系法将其坐标求出来后画出

一般为，任取一格点，以该点为原点，交该点的网格线为 x 轴 y 轴

若在该平面直角坐标系中有一直线，其解析式为 $y=kx+b$ ，则在 x 轴方向上取 1 个单位，在 y 轴上取 kx 个单位（若 k 为分数，则两个长度同时乘以分母即可），并且叫 y 轴与点 $(0, b)$

（正在补充）

例 7.2 2018 • 天津中考（使用法 7.2）



(2018·天津)在 9×8 的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 均为格点。 P 是 BC 边上任意一点，以 A 为中心，旋转角等于 $\angle BAC$ ，把点 P 逆时针旋转，点 P 的对应点为 P' ，当 CP' 最短时，请用无刻度直尺作出点 P' ，并简要说明作法。

法 7.3 三角形五心