

## 2024年河东区初中毕业生学业考试第二次模拟测试

### 数学试卷

本试卷分为第I卷(选择题)、第II卷(非选择题)两部分。第I卷为第1页至第3页,第II卷为第4页至第8页。试卷满分120分。考试时间100分钟。

答卷前,请你务必将自己的姓名、考生号、考点校、考场号、座位号填写在“答题卡”上,并在规定位置粘贴考试用条形码。答题时,务必将答案涂写在“答题卡”上,答案答在试卷上无效。考试结束后,将本试卷和“答题卡”一并交回。

祝你考试顺利!

#### 第I卷

##### 注意事项:

1. 每题选出答案后,用2B铅笔把“答题卡”上对应题目的答案标号的信息点涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号的信息点。
2. 本卷共12题,共36分。

一、选择题(本大题共12小题,每小题3分,共36分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

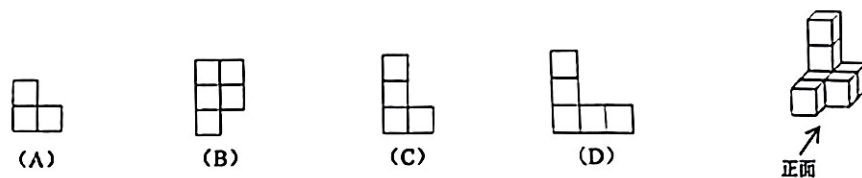
(1) 计算  $2 - (-3)$  的结果等于

- (A) -1 (B) 5  
(C) 1 (D) -5

(2) 估计  $\sqrt{57}$  的值在

- (A) 4到5之间 (B) 5到6之间  
(C) 6到7之间 (D) 7到8之间

(3) 如图是一个由7个大小相同的小正方体组成的立体图形,它的主视图是



(4) 在一些美术字中,有的汉字是轴对称图形。下面4个汉字中,可以看作是轴对称图形的是

- (A) 礼 (B) 贤 (C) 下 (D) 士

(5) 2024年2月27日,国务院新闻办发布会介绍京津冀协同发展十年来有关情况中提到,天津滨海新区改革开放取得实效,2023年天津港集装箱吞吐量突破了2200万标箱,比2014年增长58%。将2200用科学记数法可表示为

- (A)  $22 \times 10^6$  (B)  $2.2 \times 10^3$   
(C)  $2.2 \times 10^7$  (D)  $22 \times 10^2$

(6) 计算  $\cos^2 45^\circ + \tan 30^\circ \sin 60^\circ$  的值等于

- (A)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$   
(C) 1 (D) 2

(7) 计算  $\frac{3}{(x-1)^2} - \frac{3x}{(x-1)^2}$  的结果正确的是

- (A)  $\frac{3}{x-1}$  (B)  $\frac{3}{1-x}$  (C)  $-\frac{3}{x+1}$  (D)  $\frac{3}{x+1}$

(8) 若点  $A(-3, y_1)$ ,  $B(1, y_2)$ ,  $C(2, -2)$  都在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上,则  $y_1, y_2$  与  $-2$  的大小关系是

- (A)  $y_1 < y_2 < -2$  (B)  $y_1 < -2 < y_2$   
(C)  $y_2 < -2 < y_1$  (D)  $-2 < y_1 < y_2$



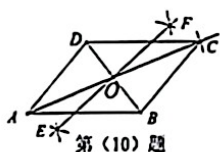
第 II 卷

(9) 若  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 - 8x + 7 = 0$  的两个根, 则  $\frac{x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2} =$

- (A)  $\frac{7}{8}$                       (B)  $-\frac{7}{8}$   
 (C)  $\frac{8}{7}$                       (D)  $-\frac{8}{7}$

(10) 如图, 在  $\triangle ABD$  中, 分别以点  $B, D$  为圆心,  $BD$  长为半径作弧, 分别交于点  $E, F$ . 连接  $EF$  交  $BD$  于点  $O$ , 连接  $AO$  并延长, 再以  $O$  为圆心,  $OA$  长为半径作弧, 交  $AO$  延长线于点  $C$ . 连接  $CB, CD$ . 则可以判定四边形  $ABCD$  为平行四边形的依据是

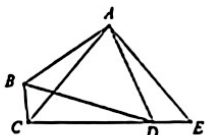
- (A) 两组对边分别平行  
 (B) 两组对边分别相等  
 (C) 一组对边平行且相等  
 (D) 对角线互相平分



第 (10) 题

(11) 如图, 把  $\triangle ABC$  以点  $A$  为中心逆时针旋转得到  $\triangle ADE$ , 点  $B, C$  的对应点分别是点  $D, E$ , 且点  $E$  在  $CD$  的延长线上, 连接  $BD$ , 则下列结论一定正确的是

- (A)  $\angle ABD = \angle ADB$                       (B)  $\angle CBD = \angle BDA$   
 (C)  $BD = CD$                                   (D)  $AD \parallel BC$



第 (11) 题

(12) 某商品现在的售价为每件 60 元, 每星期可卖出 300 件, 市场调查反映: 如调整价格, 每涨价 1 元, 每星期要少卖出 10 件; 每降价 1 元, 每星期可多卖出 20 件, 已知商品的进价为每件 40 元, 有下列结论:

- ① 设每件涨价  $x$  元, 则实际卖出  $(300 - 10x)$  件;  
 ② 在降价的情况下, 降价 5 元, 即定价 55 元时, 利润最大, 最大利润是 6250 元;  
 ③ 综合涨价与降价两种情况及现在的销售状况可知, 定价 57.5 元时利润最大;  
 其中, 正确结论的个数是

- (A) 0 个    (B) 1 个  
 (C) 2 个    (D) 3 个

注意事项:

1. 用黑色字迹的签字笔将答案写在“答题卡”上 (作图可用 2B 铅笔)。
2. 本卷共 13 题, 共 84 分。

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

(13) 一个不透明袋子中有 2 个红球、3 个绿球和 4 个蓝球, 这些球除颜色外无其它差别, 从袋子中随机取出 1 个球为蓝球的概率为\_\_\_\_\_。

(14) 计算  $(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})$  的结果为\_\_\_\_\_。

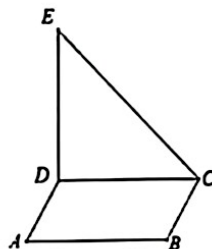
(15) 计算  $10ab^3 + (-5ab)$  的结果为\_\_\_\_\_。

(16) 一次函数  $y = -x + m$  的图象向上平移 3 个单位后, 经过点  $(1, 3)$  关于原点的对称点, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_。

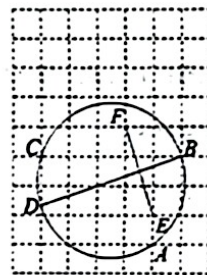
(17) 如图,  $E$  为平行四边形  $ABCD$  外一点, 且满足  $\angle EDC = 90^\circ$ ,  $DE = DC = 4$ ,  $AD = \sqrt{3}$ ,  $\angle DAB = 60^\circ$ .

(I) 平行四边形  $ABCD$  的面积为\_\_\_\_\_;

(II) 若点  $M, N$  分别在线段  $AB, CD$  上, 连接  $MN$ , 当  $MN \parallel BC$  时, 连接  $EM, EN$ ,  $EM + EN$  的最小值为\_\_\_\_\_。



第 (17) 题



第 (18) 题

(18) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 以  $BD$  为直径的圆过格点  $A, B, C$ .

(I)  $\triangle ABC$  的面积等于\_\_\_\_\_;

(II) 若点  $E, F$  为格点, 且满足  $EF \perp BD$ , 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出过点  $C$  的切线  $CC'$ , 并简要说明  $CC'$  的位置是如何找到的 (不要求证明)

题 答 不 内 线 封 密 封 密 线 封 密

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

(19) (本小题 8 分)

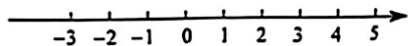
$$\text{解不等式组} \begin{cases} -1 \leq \frac{x}{3}, & \text{①} \\ 1-x \geq -3, & \text{②} \end{cases}$$

请结合题意填空, 完成本题的解答.

(I) 解不等式①, 得 \_\_\_\_\_;

(II) 解不等式②, 得 \_\_\_\_\_;

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上分别表示出来:



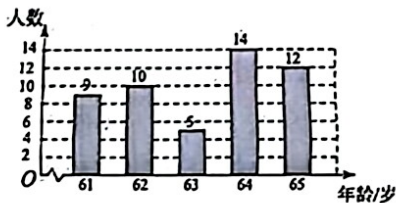
(IV) 原不等式组的解集为 \_\_\_\_\_.

(20) (本小题 8 分)

老年人的幸福与我国的幸福指数息息相关, 为了了解老龄人口的状况, 某社区开展了一次年龄 (单位: 岁) 调查, 根据统计的结果, 绘制出如图的统计图①和图②.



图①



图②

第 (20) 题

请根据统计图表中的信息, 解答下列问题:

(I) 求本次接受调查的老年人人数为 \_\_\_\_\_ 和  $m$  的值为 \_\_\_\_\_;

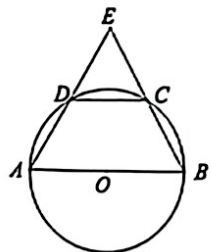
(II) 求统计的这组老年人年龄数据的平均数、众数和中位数.

(21) (本小题 10 分)

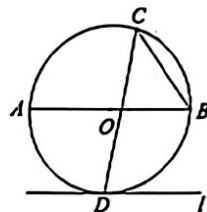
已知  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C$ , 点  $D$  在  $\odot O$  上.

(I) 如图①, 若  $CD \parallel AB$  且  $C$  是弧  $BD$  的中点,  $AD$  与  $BC$  延长线交于点  $E$ , 求  $\angle E$  的大小;

(II) 如图②, 过点  $D$  作  $\odot O$  的切线  $l$ , 若切线  $l \parallel AB$ , 且  $AB=10$ ,  $BC=6$ , 求弦  $CD$  的长.



图①



图②

第 (21) 题

(22) (本小题 10 分)

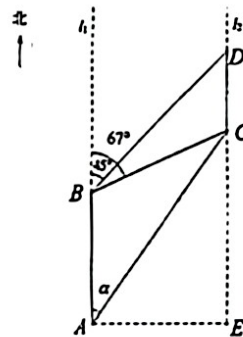
如图,  $l_1, l_2$  是两条南北向的笔直的公路,  $CD$  是公路  $l_2$  上一座南北走向的大桥, 一辆汽车在公路  $l_1$  上由南向北行驶. 已知在  $A$  处测得桥头  $C$  在北偏东  $\alpha$  方向上, 继续行驶 1500 米后到达  $B$  处, 测得桥头  $C$  在北偏东  $67^\circ$  方向上, 桥头  $D$  在北偏东  $45^\circ$  方向上.

(I) 求线段  $AB$  的长和  $\angle CBD$  的度数;

(II) 设两条公路之间的距离  $AE$  的长度为  $x$  (单位: m).

① 用含有  $x$  及  $\alpha$  的式子表示线段  $EC$  的长;

② 若  $\alpha = 37^\circ$ , 求大桥  $CD$  的长度 ( $\tan 67^\circ \approx 2.36$ ,  $\tan 37^\circ \approx 0.75$ , 结果保留整数).

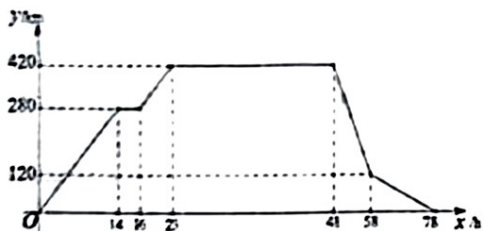


第 (22) 题



(23) (本小题 10 分)

已知甲、乙、丙三地依次在同一条直线上，乙地距离甲地 280 km，丙地离甲地 420 km. 一艘游轮从甲地出发，先用了 14 h 匀速航行到乙地；从乙地驶出后接着匀速航行了 7 h 到丙地；从丙地进行修整后，返航回甲地. 在返航途中，因天气影响匀速航行了 10 h 后减速，继续匀速航行回到甲地. 下面图中  $x$  表示时间， $y$  表示游轮离甲地的距离，图象反映了这个过程中游轮离甲地的距离与时间之间的对应关系.



第 (23) 题

请根据相关信息解答下列问题:

(I) ①填表:

游轮离开甲地的时间/h	10	15	20	58
游轮离开甲地的距离/km	—	280	—	—

②填空: 游轮从乙地到丙地的速度为 \_\_\_\_\_ km/h;

③当  $48 \leq x \leq 78$  时, 请直接写出游轮离甲地的距离  $y$  关于时间  $x$  的函数解析式;

(II) 当游轮到达乙地时, 一艘货轮从甲地出发匀速航行去丙地, 已知货轮的速度为 50 km/h, 求货轮追上游轮时离甲地的距离是多少? (直接写出结果即可).

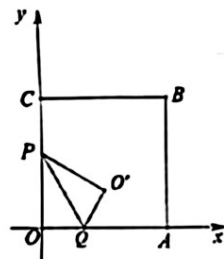
(24) (本小题 10 分)

将一个正方形纸片  $OABC$  放置在平面直角坐标系中, 点  $O(0, 0)$ , 点  $A(3, 0)$ , 点  $P$  在  $y$  轴正半轴上(点  $P$  不与点  $O, C$  重合), 折叠该纸片, 使折痕所在的直线经过点  $P$ , 并与边  $OA$  相交于点  $Q$ , 且  $\angle OPQ = 30^\circ$ , 点  $O$  的对应点  $O'$  落在第一象限. 设  $OQ = t$ .

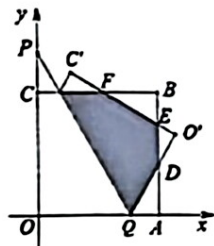
(I) 填空: 如图①, 当  $t=1$  时,  $\angle O'QA$  的大小为 \_\_\_\_\_, 点  $O'$  的坐标为 \_\_\_\_\_;

(II) 如图②, 若折叠后重合部分为五边形, 点  $C$  的对应点为  $C'$ ,  $O'Q, O'C'$  分别与边  $AB, BC$  相交于点  $D, E, F$ . 试用含有  $t$  的式子表示  $O'E$  的长, 并直接写出  $t$  的取值范围;

(III) 求折叠后重合部分的面积的最大值, 以及相应的  $t$  的值 (请直接写出结果即可).



图①



图②

第 (24) 题

(25) (本小题 10 分)

已知抛物线  $y = ax^2 + bx + 4$  ( $a, b, c$  为常数).

(I) 若直线  $l: x=2$  是抛物线的对称轴, 且  $a=1$ .

①求抛物线与  $x$  轴的交点坐标;

②在平面直角坐标系中, 点  $O(0, 0)$ , 点  $A(3, 3)$ , 若动点  $P$  在直线  $OA$  下方的抛物线上,

连结  $PA, PO$ , 当  $\triangle OPA$  面积最大时, 求点  $P$  坐标;

(II) 若  $b = -6a$ , 抛物线过点  $B(-2, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ , 将点  $B$  绕点  $N(0, n)$  ( $n < 0$ ) 顺时针旋转 (旋转角小于  $180^\circ$ ) 得到点  $B'$ , 当点  $B'$  恰好落在抛物线上, 且满足  $\angle BNB' + \angle BCB' = 180^\circ$  时, 求  $n$  的值.

