和平区 2023—2024 学年度第二学期九年级第二次质量调查

数学学科试卷参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

（1）D　（2）A　（3）B　（4）B　（5）C　（6）C

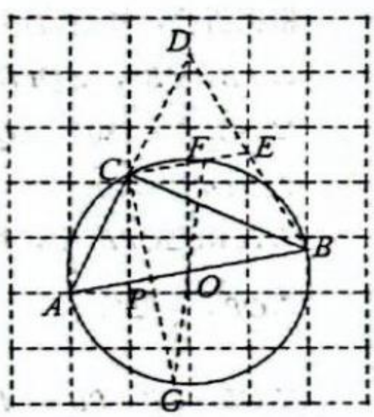
（7）B　（8）A　（9）A　（10）C　（11）D　（12）B

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

（13）$\frac{3}{7}$　（14）5　（15）$15a^3b$　（16）（3，0）

（17）（Ⅰ）$\frac{3\sqrt{2}}{2}$；（Ⅱ）$\frac{5\sqrt{2}}{4}$

（18）（Ⅰ）90°；（Ⅱ）延长 AC 与网格线相交于点 D，连接 DB，与网格线相交于点 E，连接 CE 与圆相交于点 F；取 AB 与网格线的交点 O，连接 FO 并延长与圆相交于点 G，连接 CG 与 AB 相交于点 P，则点 P 即为所求.



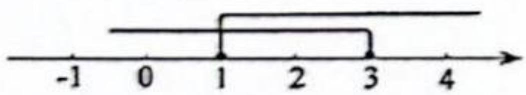
三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

19.（本小题 8 分）

解：（Ⅰ）$x \geq 1$；……………………2 分

（Ⅱ）$x \leq 3$；……………………4 分

（Ⅲ）



……………………6 分

（Ⅳ）$1 \leq x \leq 3$.……………………8 分

20.（本小题 8 分）

解：（Ⅰ）40，15.……………………2 分

（Ⅱ）观察条形统计图，

$\because \bar{x} = \frac{6\times4+7\times6+8\times11+9\times12+10\times7}{4+6+11+12+7} = 8.3$，

∴ 这组数据的平均数是 8.3.……………………4 分

∵ 在这组数据中，9 出现了 12 次，出现的次数最多，

∴ 这组数据的众数是 9. ……………………………5 分

∵ 将这组数据按由小到大的顺序排列，处于中间的两个数都是 8，有 $\frac{8+8}{2}=8$，

∴ 这组数据的中位数是 8. ……………………………7 分

（Ⅲ）∵在统计的这组九年级学生的理化生实验操作得分的样本数据中，得分不低于 9 分的学生人数占 47.5%.

∴估计该校 800 名九年级学生中，得分不低于 9 分的学生人数约占 47.5%，有 800×47.5%=380.

∴该校 800 名初中学生中，得分不低于 9 分的学生人数约为 380. ………………8 分

21. （本小题 10 分）

解：（Ⅰ）∵AB 是半圆的直径，

$\therefore \angle ACB=90°$.

∵C 是 $\overset{\frown}{BD}$ 的中点，

$\therefore \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$.

$\therefore \angle DAC=\angle CAB=\frac{1}{2}\angle BAD=20°$.

$\therefore \angle ABC=90°-\angle CAB=70°$.

∵四边形 $ABCD$ 是圆内接四边形，

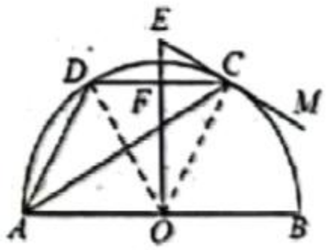
$\therefore \angle ADC=180°-\angle ABC=110°$. ……………………………5 分

（Ⅱ）如图，连接 OC，OD.

∵过点 C 作半圆 O 的切线 CM，

$\therefore OC\perp CM$.

$\therefore \angle OCE=90°$.



由（Ⅰ）可知 $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$.

$\therefore \angle DOC=\angle COB$.

$\because DC/\!/AB$，

$\therefore \angle COB=\angle OCD$.

$\because OD=OC$，

$\therefore \angle ODC=\angle OCD$.

$\therefore \angle ODC=\angle OCD=\angle DOC$.

$\because \angle ODC+\angle OCD+\angle DOC=180°$，

$\therefore \angle ODC = \angle OCD = \angle DOC = 60°$.

$\because OE \perp CD$，$OD = OC$，

$\therefore \angle DOF = \angle COF = 30°$.

$\because AB = 4$，

$\therefore OC = 2$.

在 $Rt\triangle OCE$ 中，$\angle COE = 30°$，$\tan\angle COE = \dfrac{CE}{OC}$，

$\therefore CE = OC \cdot \tan\angle COE = 2 \times \tan 30° = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. ……………………………10 分

22. （本小题 10 分）

解：（Ⅰ）由题意得：$BH \perp AH$，

在 $Rt\triangle ABH$ 中，$\angle BAH = 30°$，$AB = 12$，

$\therefore BH = \dfrac{1}{2}AB = 6$．即 BH 的长为 6 m. ……………………………3 分

（Ⅱ）①在 $Rt\triangle ABH$ 中，$\cos\angle BAH = \dfrac{AH}{AB}$，

$\therefore AH = AB \cdot \cos\angle BAH = 12 \times \cos 30° = 6\sqrt{3}$.

在 $Rt\triangle ADE$ 中，由 $\tan\angle DAE = \dfrac{DE}{AE}$，$DE = h$，$\angle DAE = 45°$，得 $AE = \dfrac{DE}{\tan\angle DAE} = h$.

$\therefore HE = AH + AE = h + 6\sqrt{3}$．即 HE 的长为 $(h + 6\sqrt{3})$ m. ……………………………6 分

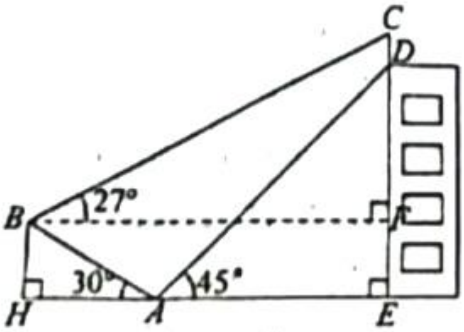
②如图，过点 B 作 $BF \perp DE$，垂足为 F.

根据题意，$\angle BFE = \angle FEH = \angle H = 90°$，

$\therefore$ 四边形 $BFEH$ 是矩形.

$\therefore BF = HE = h + 6\sqrt{3}$，$BH = EF = 6$.

可得 $CF = CD + DE - FE = 3 + h - 6 = h - 3$.



在 $Rt\triangle BFC$ 中，$\tan\angle CBF = \dfrac{CF}{BF}$，$\angle CBF = 27°$，

$\therefore CF = BF \cdot \tan\angle CBF$．即 $h - 3 = (h + 6\sqrt{3}) \times \tan 27°$.

$\therefore h = \dfrac{6\sqrt{3} \times \tan 27° + 3}{1 - \tan 27°} \approx \dfrac{6 \times 1.7 \times 0.5 + 3}{1 - 0.5} \approx 16$（m）.

答：建筑物 DE 的高度约为 16 m. ……………………………10 分

23. （本小题 10 分）

解：（Ⅰ）①3.6；7.2；4； ……………………………3 分

②16； ……………………………4 分

③$\frac{1}{4}$ 或 $\frac{41}{8}$； ……………………………5 分

④当 $0 \leqslant x \leqslant 0.6$ 时，$y = 12x$；

当 $0.6 < x \leqslant 1$ 时，$y = 7.2$；

当 $1 < x \leqslant 1.5$ 时，$y = 9.6x - 2.4$； ……………………………9 分

（Ⅱ）9.6 km. ……………………………10 分

24. （本小题 10 分）

解：（Ⅰ）∵点 $B(6，0)$，

∴ $OB = 6$.

根据折叠，知四边形 $ABPQ$ 和四边形 $A'B'PQ$ 全等，

∴ $PB = PB'$，$\angle QPB = \angle QPB' = 60°$.

∵ $\angle OPB' = 180° - \angle QPB - \angle QPB'$，

∴ $\angle OPB' = 60°$.

∴在 $\mathrm{Rt}\triangle OPB'$ 中，得 $\angle OB'P = 90° - \angle OPB' = 30°$.

∴ $OP = \frac{1}{2}PB'$.

∵ $OB = OP + PB = OP + PB' = \frac{3}{2}PB' = 6$，

∴ $PB' = 4$，$OP = 2$.

∴在 $\mathrm{Rt}\triangle OPB'$ 中，$OB' = \sqrt{B'P^2 - OP^2} = 2\sqrt{3}$.

∴ $B'(0，2\sqrt{3})$. ……………………4 分

（Ⅱ）①同（Ⅰ）知，$B'P = BP$，$\angle OPB' = 60°$.

∵ $BP = t$，$OB = 6$，

∴ $B'P = BP = t$，$OP = 6 - t$.

∵ $\angle EOP = 90°$，

∴在 $\mathrm{Rt}\triangle EOP$ 中，$\angle OEP = 90° - \angle OPB' = 30°$，得 $OP = \frac{1}{2}PE$.

∴ $PE = 2OP = 2(6 - t) = 12 - 2t$.

又 $B'E = B'P - PE$，

∴ $B'E = 3t - 12$，其中 t 的取值范围是 $5 < t < 6$. ……………………8 分

② $\frac{3\sqrt{3}}{8} \leqslant S \leqslant \frac{27\sqrt{3}}{4}$. ……………………10 分

25. （本小题 10 分）

解：（Ⅰ）①由 $b=-2$，$c=3$，得抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$．

∵ $y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$，

∴ P 点的坐标为(1，4)．

当 $y=0$ 时，$-x^2+2x+3=0$．解得 $x_1=-1$，$x_2=3$．

∴点 B 点的坐标为(3，0)． …………………4 分

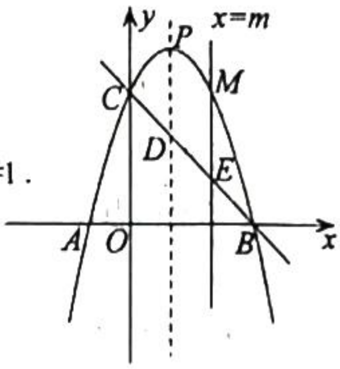
②当 $x=0$ 时，$y=3$．

∴点 C 点的坐标为(0，3)．

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$，

有 $\begin{cases}3k+b=0,\\ b=3.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\ b=3.\end{cases}$

∴直线 BC 的解析式为 $y=-x+3$．



∵直线 $x=m$ 与抛物线相交于点 M，与 BC 相交于点 E，

∴点 M 的坐标为 $(m,\ -m^2+2m+3)$，点 E 的坐标为 $(m,\ -m+3)$．

∴ $ME=-m^2+2m+3-(-m+3)=-m^2+3m$，其中 $0<m<3$ 且 $m\neq 1$．

∵抛物线的对称轴与 BC 相交于点 D，

∴点 D 的坐标为(1，2)．

∴ $PD=ME=2$．即 $-m^2+3m=2$，解得 $m_1=1$（舍），$m_2=2$．

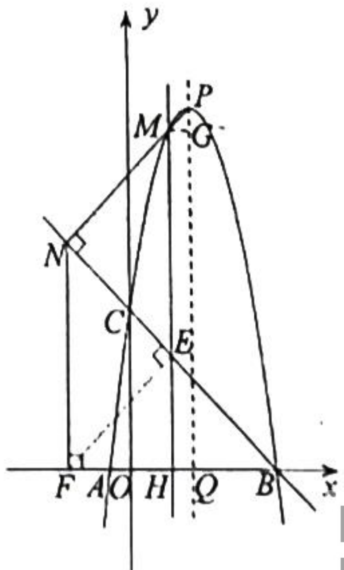
∴ m 的值为 2． …………………7 分

（Ⅱ）如图，抛物线的对称轴与 x 轴的交点为 Q，过点 M 作 $MG\perp PQ$，垂足为 G．

∵点 B（c，0）在抛物线 $y=-x^2-bx+c$ 上，其中 $c>0$，

∴ $-c^2-bc+c=0$．得 $b=1-c$．

∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+(c-1)x+c$．



得点 M（m，$-m^2+(c-1)m+c$），其中 $0<m<c$ 且 $m\neq\dfrac{c-1}{2}$．

∴顶点 P 的坐标为 $\left(\dfrac{c-1}{2},\dfrac{(c+1)^2}{4}\right)$．

∴ $MH=-m^2+(c-1)m+c$．

当 $x=0$ 时，$y=c$．

∴点 C 点的坐标为（0，c）．

$\therefore OB=OC=c$．可得 $Rt\triangle BOC$ 中，$\angle OBC=\angle OCB=45°$．

$\because NF\perp x$ 轴，$ME\perp x$ 轴，

$\therefore ME/\!/NF$．又 $ME=NF$．

$\therefore$ 四边形 $MEFN$ 是平行四边形．

$\therefore EF/\!/MN$．知 $MN\perp BC$，得 $\angle MNE=90°$．

$\therefore \angle MNE=\angle NEF=90°$．可得 $Rt\triangle BEF$ 中，$\angle EFB=\angle OBC=45°$．

$\therefore EF=EB$．

又 $\because ME\perp x$ 轴，

$\therefore HF=HB=c-m$，$\angle FEH=\angle HEB=45°$．

$\therefore Rt\triangle BEF$ 中，$EH=HF=HB=\dfrac{1}{2}BF=c-m$，可得 $FB=2FH=2c-2m$．

$\because NF\perp x$ 轴，可得 $Rt\triangle NFB$ 中，$\angle FNB=\angle OBC=45°$．

$\therefore NF=FB=2c-2m$．即 $ME=NF=FB=2c-2m$．

$\because ME=MH-EH$，

$\therefore 2c-2m=-m^2+(c-1)\ m+c-(c-m)$．即 $m^2-(2+c)\ m+2c=0$，

解得 $m_1=2$，$m_2=c$(舍)．

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(2，3c-6)$．

$\because EF/\!/MN$，

$\therefore \angle FEH=\angle NME=45°$．

$\because ME\perp x$ 轴，$PQ\perp x$ 轴，

$\therefore ME/\!/PQ$．

$\therefore \angle MPG=\angle NME=45°$．得 $Rt\triangle MPG$ 中，$\tan\angle MPG=\dfrac{MG}{PG}=1$．

$\therefore MG=PG$．

$\therefore \dfrac{c-1}{2}-2=\dfrac{(c+1)^2}{4}-(3c-6)$．得 $c^2-12c+35=0$，解得 $c_1=5$(舍)，$c_2=7$．

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-x^2+6x+7$．　　……………………10 分