河西区 2023-2024 学年度九年级结课质量调查

数学试题参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

（1）D	（2）B	（3）B	（4）A	（5）B	（6）D
（7）C	（8）D	（9）C	（10）A	（11）D	（12）C

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

（13）$\dfrac{5}{8}$　（14）x^6　（15）8　（16）6　（17）6　（18）（Ⅰ）$\sqrt{26}$；

（Ⅱ）略

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

（19）（本小题 8 分）

解：（Ⅰ）$x \geqslant -1$；　（2 分）

（Ⅱ）$x \leqslant 1$；（4 分）

（Ⅲ）略　（6 分）

（Ⅳ）$-1 \leqslant x \leqslant 1$．（8 分）

（20）（本小题 8 分）

解：（Ⅰ）50，28．　（2 分）

（Ⅱ）观察条形统计图，

∵ $\overline{x}=\dfrac{1.0\times5+1.2\times11+1.5\times14+1.8\times16+2.0\times4}{5+11+14+16+4}=1.52$，

∴ 这组数据的平均数是1.52．（4 分）

∵ 在这组数据中，1.8 出现了16次，出现的次数最多，

∴ 这组数据的众数为1.8．（6 分）

∵ 将这组数据按从小到大的顺序排列，其中处于中间的两个数都是1.5，

有 $\dfrac{1.5+1.5}{2}=1.5$，

∴ 这组数据的中位数为1.5．（8 分）

（21）（本小题 10 分）

解：（Ⅰ）$\angle CDA=42°$，$\angle ECB=48°$．（4 分）

（Ⅱ）连接 OB，

∵ AD 是⊙ O 直径，∴ $\angle ACD=90°$，

∴ $\angle D=90°-\angle CAD=60°$，

∵四边形 $ABCD$ 为圆内接四边形，

∴ $\angle ABC=180°-\angle D=120°$

∴ $\angle EBC=180°-\angle ABC=60°$，（6 分）

∵ $CE\perp AB$ 于点 E，

∴ $\angle ECB=90°-\angle EBC=30°$，

∴ $BC=2BE=6$，（7 分）

∵ CE 是⊙ O 的切线，∴ $\angle ECO=90°$，（8 分）

∴ $\angle BCO=90°-\angle ECO=60°$，

∵半径 $OB=OC$，

∴ $\triangle BCO$ 是等边三角形，（9 分）

∴半径 $OB=BC=6$．（10 分）

(22)（本小题 10 分）

解：（Ⅰ）在 Rt$\triangle DCE$ 中，$\angle DCE=30°$，$CD=5$，

∴ $DE=\frac{1}{2}CD=2.5$．即 DE 的长为 2.5m．（2 分）

（Ⅱ）① 在 Rt$\triangle DCE$ 中，$\cos\angle DCE=\frac{EC}{CD}$，

∴ $EC=CD\cdot\cos\angle DCE=5\times\cos 30°=\frac{5\sqrt{3}}{2}$．（4 分）

在 Rt$\triangle BCA$ 中，由 $\tan\angle BCA=\frac{AB}{CA}$，$AB=h$，$\angle BCA=45°$，得 $CA=\frac{AB}{\tan 45°}=h$．

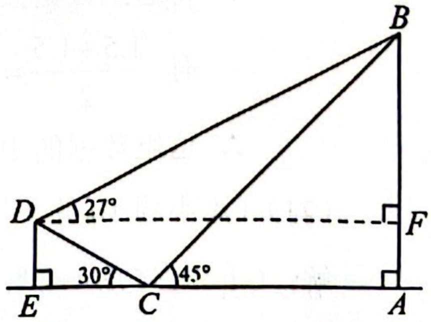
∴ $EA=CA+EC=h+\frac{5\sqrt{3}}{2}$．即 EA 的长为$(h+\frac{5\sqrt{3}}{2})$m．（5 分）

② 如图，过点 D 作 $DF\perp AB$，垂足为 F．（6 分）

根据题意，$\angle AED=\angle FAE=\angle DFA=90°$，

∴ 四边形 $DEAF$ 是矩形．

∴ $DF=EA=h+\frac{5\sqrt{3}}{2}$，$FA=DE=2.5$．



可得 $BF=AB-FA=h-2.5$.

在 Rt△BDF 中，$\tan\angle BDF=\dfrac{BF}{DF}$，$\angle BDF=27°$，

∴ $BF=DF\cdot\tan\angle BDF$．即 $h-2.5=(h+2.5\sqrt{3})\times\tan 27°$．（8 分）

∴ $h=\dfrac{2.5+2.5\sqrt{3}\times\tan 27°}{1-\tan 27°}\approx\dfrac{2.5+2.5\times 1.7\times 0.5}{1-0.5}\approx 9$(m)．（10 分）

答：塔 AB 的高度约为 9 m．

（23）（本小题 10 分）

解：（Ⅰ）100，800，900；（3 分）　（Ⅱ）①1900；②6；（5 分）

（Ⅲ）①当 $0\leqslant x\leqslant 8$ 时，$y=100x$；

当 $8<x\leqslant 17$ 时，$y=800$；

当 $17<x\leqslant 28$ 时，$y=100x-900$．（8 分）

②能追上；（9 分）

设 BC 所在直线为 $y=100x-900$，

∵妹妹的速度是 160 米/分，

设妹妹从书吧到家的路程与时间的关系满足 FG 所在直线为 $y=160x+b$，

将 $F(20,800)$ 代入，得 $800=160\times 20+b$，解得 $b=-2400$，

∴ $y=160x-2400$.

联立方程 $\begin{cases} y=100x-900 \\ y=160x-2400 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x=25 \\ y=1600 \end{cases}$，

故 $1900-1600=300$ 米，即追上时兄妹俩离家 300 米远．（10 分）

（24）（本小题 10 分）

解：（Ⅰ）点 B 的坐标为 $(6,6\sqrt{3})$，点 D 的坐标为 $(-7,3\sqrt{3})$．（2 分）

（Ⅱ）①由点 $E(-7,0)$，得 $OE=7$．

∵射线 DC 经过点 OB 边的中点，

∴$DE=OC=\dfrac{1}{2}BH=3\sqrt{3}$.

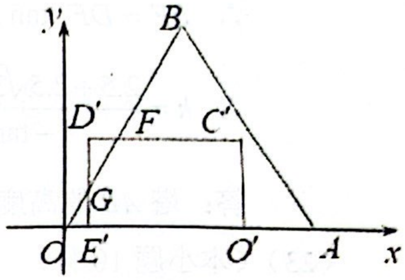
由平移知，四边形 $O'C'D'E'$ 是矩形，得 $\angle O'E'D'=\angle D'=90°$，$O'E'=OE=7$．

$D'E'=DE=3\sqrt{3}$，

$\therefore$ $OE'=OO'-O'E'=t-7$，（3 分）.

$\because$ 等边 $\triangle OAB$，$\therefore \angle GOE'=60^{\circ}$.

在 Rt $\triangle OGE'$ 中，$\tan\angle GOE'=\dfrac{GE'}{OE'}$，



$\therefore GE'=\sqrt{3}OE'=\sqrt{3}(t-7)$，（4 分）

$\therefore D'G=D'E-GE'=3\sqrt{3}-\sqrt{3}(t-7)=10\sqrt{3}-\sqrt{3}t$，

$\therefore$ 在 Rt $\triangle D'FG$ 中，$D'F=\dfrac{\sqrt{3}}{3}D'G=10-t$，（5 分）

$\therefore$ $S_{\triangle D'FG}=\dfrac{1}{2}D'G\cdot D'F=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(10-t)^2$.（6 分）

$\therefore$ $S=S_{\text{矩形}O'C'D'E'}-S_{\triangle D'FG}=7\times3\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}(10-t)^2=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}(10-t)^2+21\sqrt{3}$.（7 分）

即 $S=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t^2+10\sqrt{3}t-29\sqrt{3}$. 其中 t 的取值范围是 $7<t\leqslant9$.（8 分）

② $12\sqrt{3}\leqslant S\leqslant\dfrac{83}{4}\sqrt{3}$.（10 分）

（25）（本小题 10 分）

解：（Ⅰ）$\because$ 抛物线经过点 C（0，4），A（-4，0），

$\therefore$ 将这两点分别代入到 $y=-x^2+bx+c$，

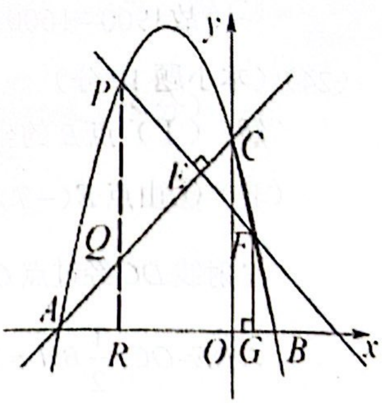
解得 $c=4$，$b=-3$，

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-x^2-3x+4$，

$\therefore$ 对称轴为 $x=-\dfrac{3}{2}$.（2 分）

（Ⅱ）$-3\leq m\leq-2$；（4 分）

作 $PR\perp x$ 轴于 R 交直线 AC 于点 Q，



设 AC 所在直线为 $y=kx+4$，

把 A 点坐标带入得 $k=1$，$\therefore y=x+4$.

$\because OA=OC$，$\angle AOC=90^{\circ}$，$\therefore \angle CAO=45^{\circ}$.

$\therefore \angle PQE=\angle AQR=90^{\circ}-\angle CAO=45^{\circ}$.

$\therefore PQ=\dfrac{PE}{\sin45^{\circ}}=4$.

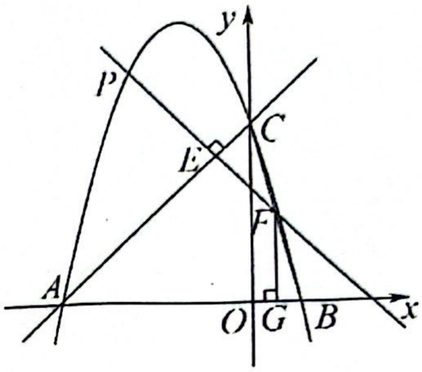
设 $P\left(m,-m^2-3m+4\right)$，则 $Q(m，m+4)$，

$\therefore PQ = -m^2 - 3m + 4 - (m+4) = 4.$

解得 $m_1 = m_2 = 2 = -2$． $\therefore P(-2，6)$．　（6 分）

（III）设 BC 所在直线的解析式为 $y_1 = k_1 x + b_1$，

把 B、C 坐标代入得：$\begin{cases} k_1 + b_1 = 0 \\ b_1 = 4 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} k_1 = -4 \\ b_1 = 4 \end{cases}$，



$\therefore y_1 = -4x + 4$.

$\because OA = OC$，

$\therefore \angle CAO = 45°$，

$\because \angle AEB = 90°$，

$\therefore$ 直线 PE 与 x 轴所成夹角为 $45°$.

设 $P\left(m, -m^2 - 3m + 4\right)$，

设 PE 所在直线的解析式为：$y_2 = -x + b_2$，

把点 P 代入得 $b_2 = -m^2 - 2m + 4$，

$\therefore y_2 = -x - m^2 - 2m + 4$，

令 $y_1 = y_2$，则 $-4x + 4 = -x - m^2 - 2m + 4$，

解得 $x = \dfrac{m^2 + 2m}{3}$，$\therefore FG = y_F = \dfrac{-4\left(m^2 + 2m\right)}{3} + 4$，

$\sqrt{2}PF = \sqrt{2}\dfrac{x_F - x_P}{\cos 45°} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \left(x_F - x_P\right) = \dfrac{2}{3}\left(m^2 - m\right)$，

$\therefore FG + \sqrt{2}FP = \dfrac{-4\left(m^2 + 2m\right)}{3} + 4 + \dfrac{2\left(m^2 - m\right)}{3} = -\dfrac{2}{3}\left(m + \dfrac{5}{2}\right)^2 + \dfrac{49}{6}$，

$\because$ 点 P 在直线 AC 上方，

$\therefore -3 \le m \le -2$，

$\therefore$ 当 $m = -\dfrac{5}{2}$ 时，$FG + \sqrt{2}FP$ 的最大值为 $\dfrac{49}{6}$.（10 分）