

题型四 网格作图题 (8年8考)

✓ 作图微技能

在每个小正方形的边长为1的网格中,请用无刻度的直尺完成下列问题中的作图.

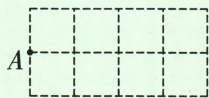
方法1 求作定长线段

例1 如图,点 A, B 在格点上,在线段 AB 上作点 C, D ,使得 $AC = \frac{1}{2}$, $AD = \frac{5}{3}$,并简要说明点 C, D 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.



例1题图

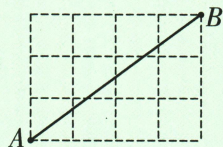
例2 如图,点 A 在格点上,作线段 $AB = \frac{1}{3}$,并简要说明点 B 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.



例2题图

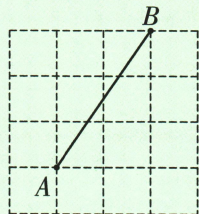
方法2 求作线段等分点

例3 如图,点 A, B 在格点上,在线段 AB 上作点 C, D ,分别满足 $BC = \frac{1}{3}AB$, $AD = \frac{1}{4}AB$,并简要说明点 C, D 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.



例3题图

例4 如图,点 A, B 在格点上,在线段 AB 上作点 C, D ,分别满足 $AC = BC$, $3AD = BD$,并简要说明点 C, D 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.



例4题图

方法点拨

情形1. 作 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}$ 等线段长度时,可以构造短边长为1,长边为分母的矩形,连接对角线寻找与网格线的交点即可;

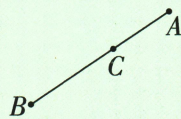
情形2. 作线段 $\frac{3}{2}, \frac{7}{3}$ 等这类大于1的线段时,可先作出整数部分,再参照“情形1”中的方法作非整数的部分,相加即为所求作的线段长度.

【温馨提示】当遇到所作线段不在构造的矩形内部时,尝试延长对角线,寻找与网格线的交点.

方法点拨

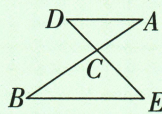
方法1. 利用网格中的平行线,结合平行线分线段成比例,利用已知线段与网格线的交点作一定比例的线段;

方法2. 构造相似三角形作任意比例的线段:如图①,在线段 AB 上作点 C 使得 $AC:BC = m:n$.

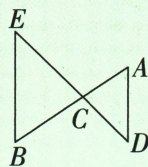


图①

作法:如图②,图③,利用网格中的平行线,在线段 AB 的端点处分别作 $AD = m$, $BE = n$,连接 DE 与 AB 交于点 C ,则点 C 即为所求.

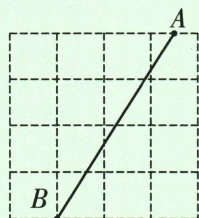


图②



图③

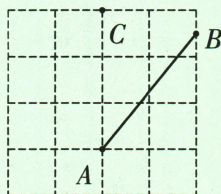
例5 如图,点A为小正方形边长的中点,点B在格点上,在线段AB上找一点P,满足 $AP:BP=7:4$,并简要说明点P的位置是如何找到的(不要求证明)_____



例5题图

方法3 求作线段的平行线

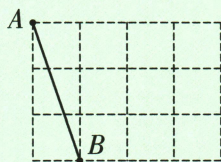
例6 如图,点A,C在格点上,点B为小正方形边长的中点,过点C作AB的平行线CD,且 $CD=AB$,并简要说明线段CD的位置是如何找到的(不要求证明)_____



例6题图

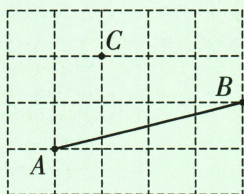
方法4 求作线段的垂线

例7 如图,点A,B在格点上,过点B作AB的垂线BC,且 $BC=AB$,并简要说明线段BC的位置是如何找到的(不要求证明)_____



例7题图

例8 如图,点A,B,C均在格点上,过线段AB外一点C作AB的垂线,垂足为G,并简要说明点G的位置是如何找到的(不要求证明)_____



例8题图

【温馨提示】当遇到所作比例较大,网格不够时,可将比例的数值缩小,例如 $8:11$ 可转化为 $4:5.5$,即按上述方法作长为4与5.5的线段即可.

方法点拨

作线段端点的平移,同时按相同的平移方式平移线段上的两个端点即可.

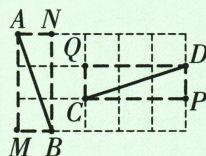
方法点拨

步骤:1. 以已知线段为对角线确定矩形(矩形的边均与网格线平行);

2. 判断矩形的短边与长边的长度;

3. 以求作点为顶点,构造矩形,使得水平方向的边长为原矩形竖直方向的边长,也可以理解为将原矩形绕一点旋转 90° ,则所得矩形的对应线段垂直.

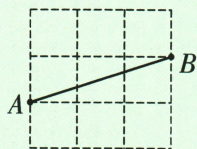
如图,在矩形AMBN与矩形CPDQ中, $AM=CP$, $AM\perp CP$, $MB=DP$, $MB\perp DP$,则其对角线 $AB\perp CD$.



【温馨提示】当遇见网格的大小不足以构造同等大小的矩形时,可以将构造矩形的边长按比例缩小.

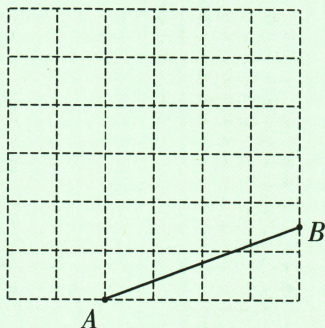
方法5 求作线段的垂直平分线

例9 如图,点A,B在格点上,作线段MN垂直平分AB,且MN=AB,并简要说明线段MN的位置是如何找到的(不要求证明)



例9题图

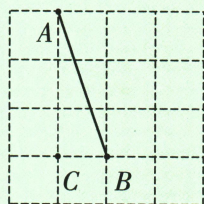
例10 如图,点A在格点上,点B为小正方形边长上的中点,作直线MN垂直平分AB,并简要说明直线MN的位置是如何找到的(不要求证明)



例10题图

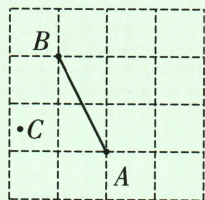
方法6 求作对称点

例11 如图,点A,B,C均在格点上,作点C关于线段AB的对称点C',并简要说明点C'的位置是如何找到的(不要求证明)



例11题图

例12 如图,点A,B在格点上,点C是网格中任意一点,作点C关于线段AB的对称点C',并简要说明点C'的位置是如何找到的(不要求证明)



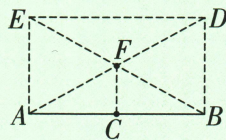
例12题图

方法点拨

过该线段的中点作垂线.

方法1. 以已知线段为对角线构造矩形,取其对角线的交点,并将矩形绕中点旋转 90° 得到的对角线即为已知线段的垂直平分线;

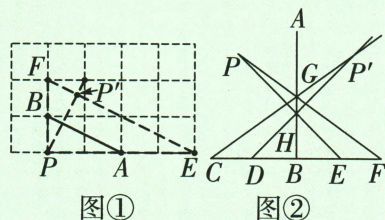
方法2. 如图,若线段的端点不在格点上,不方便以线段AB为对角线构造矩形时,可先作线段AB的中点C,再分别过点A,B作AB的垂线,以线段AB为边构造矩形,对角线相交于点F,连接CF,则直线CF是AB的垂直平分线.



方法点拨

作点P关于AB的对称点P'.

情形1. 已知点P在格点上
如图①,1. 过点P作AB的垂线;
2. 分别连接PB,PA并延长,构造 $\triangle PEF$,使得AB为 $\triangle PEF$ 的中位线(或者构造 $\text{Rt}\triangle PP'E$,使得 $PA=AE$).

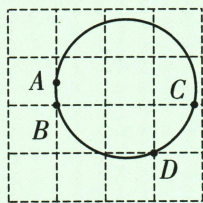


情形2. 已知点P为网格内任意一点

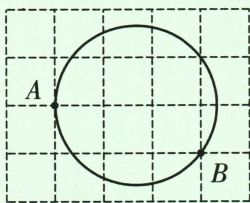
如图②,1. 过点B作 $CF \perp AB$,使得 $BC=BF$;
2. 在线段AB两边的线段上分别取点D,E,使得 $BD=BE$;
3. 连接PF,PE分别交AB于点G,H,再作射线CG,DH,交点即为点P关于线段AB的对称点P'.

方法7 求作圆心

例13 如图,圆经过 A, B, C, D 四点,其中点 B, D 均在格点上,找出圆心 O 所在的位置,并简要说明圆心 O 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.



例13题图

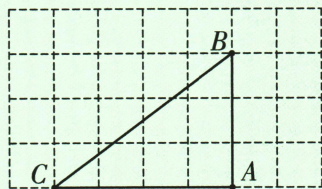


例14题图

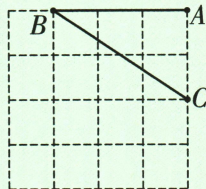
例14 如图,圆经过格点 A, B ,试确定圆心 O ,并简要说明圆心 O 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.

方法8 求作角相等

例15 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上取一点 D ,使得 $\angle CAD = \angle CDA$,并简要说明点 D 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.



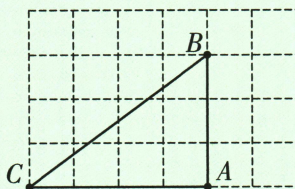
例15题图



例16题图

例16 如图,点 A, B, C 在格点上,在 BC 下方作 $\angle CBD = \angle CBA$,并简要说明射线 BD 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.

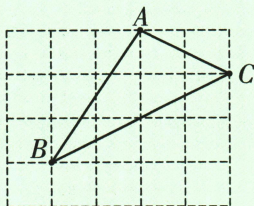
例17 如图, $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上,在线段 AB 上作一点 D ,使得 CD 平分 $\angle ACB$,并简要说明点 D 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.



例17题图

方法9 等分图形面积

例18 如图, $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上,在线段 BC 上作一点 D ,使得 $S_{\triangle ABD} = \frac{3}{5}S_{\triangle ABC}$,并简要说明点 D 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.



例18题图

方法点拨

方法1. 利用小正方形得圆周角等于 90° 的角,确定两个直角所对的两条不重合直径,其交点即为圆心;

方法2. 结合垂径定理,分别作不平行的两条弦的中垂线,两条中垂线的交点即为圆心.

方法点拨

方法1. 利用等腰三角形的性质,构造等腰三角形;

方法2. 若所作等角与已知角共顶点且有公共边,可作角上一点关于公共边的对称点.

方法点拨

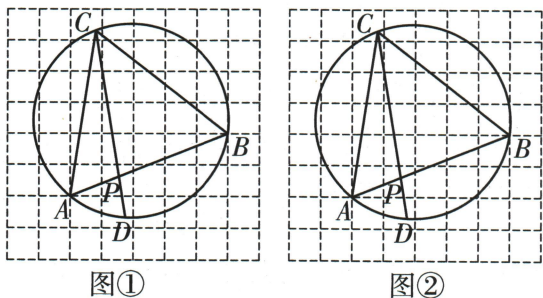
等分图形面积时,通常构造等高的两个三角形,将底边按比例平分即可.

类型一 线段问题

(8年6考,2019、2017年未考查)

典例精讲

例 19 (2023 天津 18 题 3 分) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 等边三角形 ABC 内接于圆, 且顶点 A, B 均在格点上.



例 19 题图

(I) 线段 AB 的长为 _____;

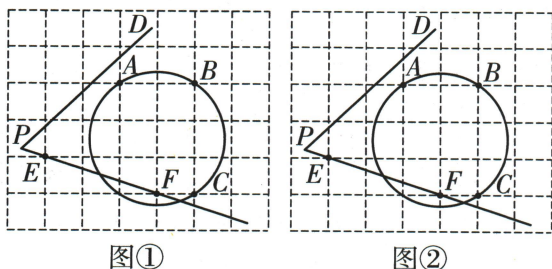
拓展设问

请在如图①所示的网格中, 用无刻度的直尺, 在圆内找一点 O , 满足 $AO=BO=CO$, 并简要说明点 O 的位置是如何找到的(不要求证明) _____;

(II) 若点 D 在圆上, AB 与 CD 相交于点 P . 请用无刻度的直尺, 在如图②所示的网格中, 画出点 Q , 使 $\triangle CPQ$ 为等边三角形, 并简要说明点 Q 的位置是如何找到的(不要求证明) _____.

针对训练

1. (2022 天津 18 题 3 分) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 圆上的点 A, B, C 及 $\angle DPF$ 的一边上的点 E, F 均在格点上.



第 1 题图

(I) 线段 EF 的长等于 _____;

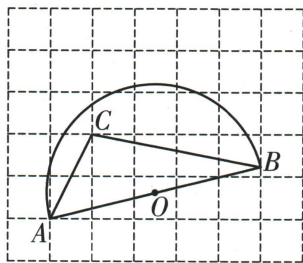
拓展设问

点 R 是射线 PF 上一点, 作 $\angle RBQ=90^\circ$, 且 $BR=BQ$, 请用无刻度的直尺, 在如图①所示的网格中, 确定点 Q 的运动轨迹, 并简要说明该轨迹是如何找到的(不要求证明) _____;

(II) 若点 M, N 分别在射线 PD, PF 上, 满足 $\angle MBN=90^\circ$ 且 $BM=BN$. 请用无刻度的直尺, 在如图②所示的网格中, 画出点 M, N , 并简要说明点 M, N 的位置是如何找到的(不要求证明) _____.

【关键点拨】 由题意得, $\triangle MBN$ 是以点 B 为直角顶点的等腰直角三角形, 结合网格特点易证 $BF \perp EF$, 考虑构造正方形, 利用全等求解.

2. (2021 天津 18 题 3 分) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点 A, C 均落在格点上, 点 B 在网格线上.



第 2 题图

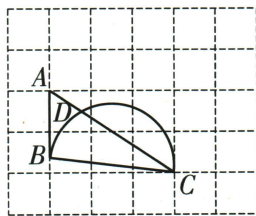
(I) 线段 AC 的长等于 _____;

(II) 以 AB 为直径的半圆的圆心为 O , 在线段 AB 上有一点 P , 满足 $AP=AC$. 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点 P , 并简要说明点 P 的位置是如何找到的(不要求证明) _____.

【关键点拨】 ①作有一端点相同的等线段时, 考虑利用等腰三角形“三线合一”的性质; ②结合圆的性质, 充分利用圆周角与圆心角的关系, 作 $\angle CAB$ 的平分线;

③通过全等三角形的性质,结合作图得到相等的线段.

3. (2020 天津 18 题 3 分) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点 A, C 均落在格点上, 点 B 在网格线上, 且 $AB = \frac{5}{3}$.

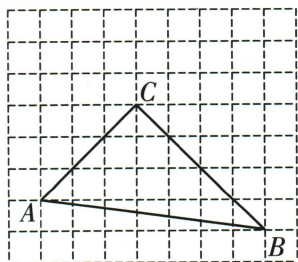


第 3 题图

- (I) 线段 AC 的长等于 _____;
 (II) 以 BC 为直径的半圆与边 AC 相交于点 D , 若 P, Q 分别为边 AC, BC 上的动点, 当 $BP + PQ$ 取得最小值时, 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点 P, Q , 并简要说明点 P, Q 的位置是如何找到的(不要求证明) _____.

【关键点拨】 由题干可知, 顶点 B 与动点 Q 在线段 AC 的同侧, 要求此类“两动一定”的问题, 需要先将同侧转化为异侧, 因此先考虑作点 B 关于 AC 的对称点, 再过该对称点作线段 BC 的垂线即可(也可以结合三角形的垂心得到 BC 边的高).

4. (2018 天津 18 题 3 分) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 均在格点上.



第 4 题图

- (I) $\angle ACB$ 的大小为 _____ (度);
 (II) 在如图所示的网格中, P 是 BC 边上任意一点. 以 A 为中心, 取旋转角等于 $\angle BAC$, 把点 P 逆时针旋转, 点 P 的对应点为 P' . 当 CP' 最小时, 请用无刻度的直尺, 画出点 P' , 并简要说明点 P' 的位置是如何找到的(不要求证

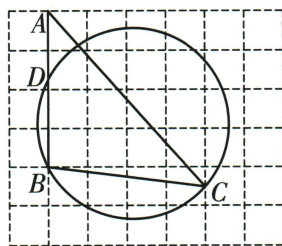
明) _____.

【关键点拨】 ①根据旋转的性质先确定点 B 的对应点;

②构造相似三角形, 过点 B 的对应点作与 $\angle B$ 相等的角, 从而确定点 P' 的运动轨迹;

③要使得点到线段的距离最短, 即过该点作线段的垂线段即可.

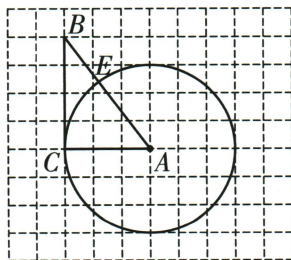
5. (2023 天津定心卷) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点 A, B 均落在格点上, 点 C 为网格线的中点.



第 5 题图

- (I) 线段 BC 的长度等于 _____;
 (II) 若 $\odot O$ 经过点 B, C , 点 D 为 $\odot O$ 与边 AB 的交点, 点 G 为劣弧 BC 的中点. 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点 O, G , 并简要说明点 O, G 的位置是如何找到的(不要求证明) _____.

6. (2023 天津黑白卷) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 点 A, B, C 均在格点上, 以点 A 为圆心, AC 长为半径的圆交 AB 于点 E .



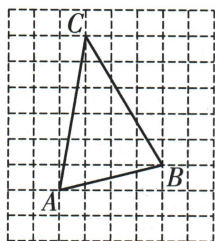
第 6 题图

- (I) 线段 AB 的长为 _____;
 (II) 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出一个点 P (点 P, C 在 AB 两侧), 使其满足 $PA = BA, PE = BC$. 并简要说明点 P 的位置是如何找到的(不要求证明) _____.

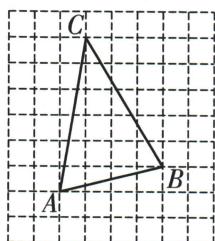
类型二 面积问题 (2017.18)

✓ 典例精讲

例 20 (2017 天津 18 题 3 分) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 点 A, B, C 均在格点上.



图①



图②

例 20 题图

(I) AB 的长等于_____;

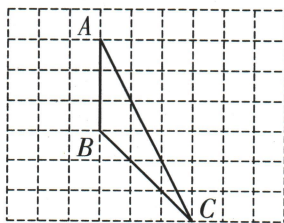
拓展设问

请在如图①所示的网格中, 用无刻度的直尺, 在 AB 上找一点 Q , 连接 CQ , 使 $S_{\triangle ACQ} : S_{\triangle BCQ} = 3:2$, 并简要说明点 Q 的位置是如何找到的(不要求证明)_____;

(II) 在 $\triangle ABC$ 的内部有一点 P , 满足 $S_{\triangle PAB} : S_{\triangle PBC} : S_{\triangle PCA} = 1:2:3$, 请在如图②所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出点 P , 并简要说明点 P 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.

✓ 针对训练

1. **万唯原创** 如图, 将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 点 A, B, C 均落在格点上.



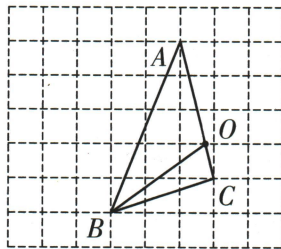
第 1 题图

(I) $AB^2 + AC^2 =$ _____;

(II) 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出一个以 AB 为底的等腰 $\triangle PAB$, 使该

三角形的面积等于 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{4}{3}$, 简要说明点 P 的位置是如何找到的(不要求证明)

2. (2023 天津黑白卷) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上, 点 O 是 AC 与网格线的交点.

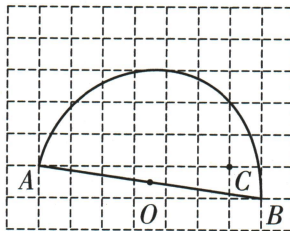


第 2 题图

(I) AB 的长等于_____;

(II) 点 E 是 AB 上一点, 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点 E , 使得其满足 $S_{\text{四边形}BCOE} = S_{\triangle AOE}$, 并简要说明点 E 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.

3. (2022 红桥区一模) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 点 A, B, C 均在格点上, 以 AB 为直径的半圆的圆心为 O .



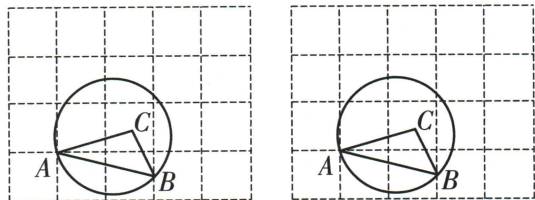
第 3 题图

(I) AB 的长等于_____.

(II) 设 P 是半圆上的动点, Q 是线段 PC 的中点. 当 $\triangle QOC$ 的面积最大时, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出点 Q , 并简要说明点 Q 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.

典例精讲

例 21 (2019 天津 18 题 3 分) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点 A 在格点上, B 是小正方形边的中点, $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, 经过点 A, B 的圆的圆心在边 AC 上.



图①

图②

例 21 题图

(I) 线段 AB 的长等于 _____;

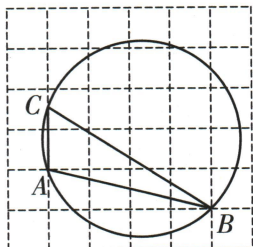
拓展设问

请在如图①所示的网格中, 用无刻度的直尺, 在圆上找一点 H , 连接 AH , 使得 $\angle AHC = \angle ABC$, 并简要说明点 H 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____;

(II) 请用无刻度的直尺, 在如图②所示的网格中, 画出一个点 P , 使其满足 $\angle PAC = \angle PBC = \angle PCB$, 并简要说明点 P 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.

针对训练

1. (2022 西青区二模) 在如图所示的网格中, 每个小正方形的边长都为 1, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 点 A, B 均为格点, 点 C 是小正方形一边的中点.

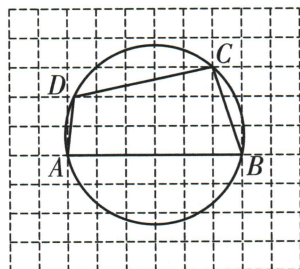


第 1 题图

(I) 线段 AB 的长度等于 _____;

(II) 请借助无刻度的直尺, 在给定的网格中先确定圆心 O , 再作 $\angle BAC$ 的平分线 AP 交 $\odot O$ 于点 P , 在下面的横线上简要说明点 O 和点 P 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.

2. (2023 天津黑白卷) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形, 点 A, B, C 均落在格点上, 点 D 在网格线上.

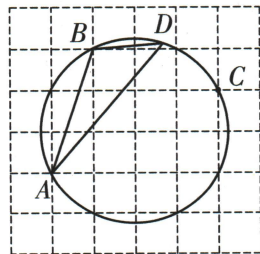


第 2 题图

(I) BC 的长等于 _____;

(II) 点 E 为 $\widehat{ABC}$ 上一点, 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点 O, E , 使其满足 $\angle COD = \angle DOE$, 并简要说明点 O, E 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.

3. (2023 天津二模) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 圆上的点 A, B, C 均在格点上, 点 D 在 $\widehat{BC}$ 上.



第 3 题图

(I) AB 的长为 _____.

(II) 点 P 在圆上, 满足 $\angle ADP + \angle ABD = 180^\circ$. 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点 P , 并简要说明点 P 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.