和平区 2023—2024 学年度第二学期九年级第一次质量调查

数学学科试卷参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

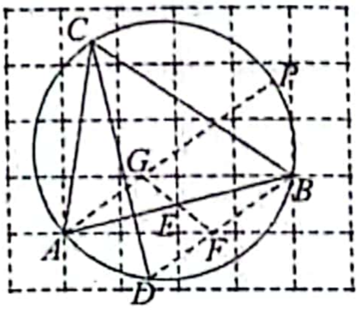
（1）C　（2）A　（3）B　（4）D　（5）A　（6）D

（7）A　（8）C　（9）D　（10）B　（11）C　（12）B

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

（13）$\frac{1}{3}$　（14）>　（15）$\frac{1}{4}$　（16）$-4<k<2$　（17）（Ⅰ）135°；（Ⅱ）$\sqrt{5}-1$

（18）（Ⅰ）$\sqrt{17}$；　（Ⅱ）连接 BD 与网格线相交于点 F，取 AB 与网格线的交点 E，连接 FE 并延长与网格线相交于点 G，连接 AG 并延长与圆相交于点 P，则点 P 即为所求．



三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

19. （本小题 8 分）

解：（Ⅰ）∵ $x^2+2x+c=0$ 有两个不相等的实数根，

∴ $\Delta=b^2-4ac=2^2-4c>0$．

∴ $c<1$．　…………………………3 分

（Ⅱ）∵ $c=-8$，

∴ $x^2+2x-8=0$．

因式分解，得 $(x-2)(x+4)=0$．

于是得　$x-2=0$，$x+4=0$，

$x_1=2$，$x_2=-4$．　…………………………6 分

（Ⅲ）-3．　…………………………8 分

20．（本小题 8 分）

解：（Ⅰ）由抛物线 $y=ax^2+bx-1$ 经过（2，3），（1，0）两个点，

得 $\begin{cases}4a+2b-1=3,\\ a+b-1=0.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\ b=0.\end{cases}$

∴抛物线的解析式为 $y=x^2-1$． ……………………………4 分

（Ⅱ）（0，-1）； ……………………………6 分

（Ⅲ）$y=(x-1)^2-3$． ……………………………8 分

21．（本小题 10 分）

解：（Ⅰ）连接 OD 与 AB 相交于点 H.

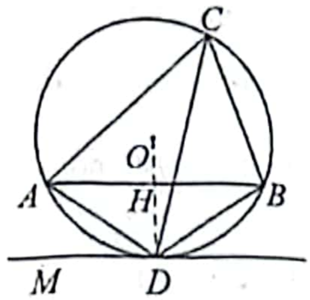
∵四边形 $ADBC$ 是圆内接四边形，$\angle ADB=114°$，

∴ $\angle ACB=180°-\angle ADB=66°$．

∵ MD 为⊙O 的切线，

∴$OD\perp DM$．

∴$\angle ODM=90°$．



∵$MD// AB$，

∴$\angle OHA=\angle ODM=90°$．

∴$OD\perp AB$．

∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$．

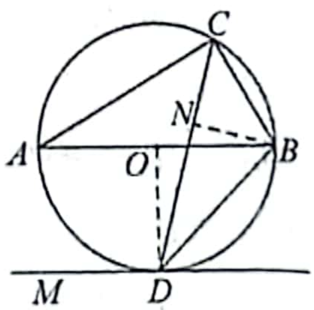
∴$\angle ACD=\angle BCD=\dfrac{1}{2}\angle ACB=33°$． ……………………………5 分

（Ⅱ）解：过点 B 作 $BN\perp CD$．

∴$\angle CNB=\angle BND=90°$．

∵ $AB// MD$，

∴ $\angle MDO=\angle DOB=90°$．



∴ $\angle DCB=\dfrac{1}{2}\angle DOB=45°$．

∵ $\angle A=30°$，

∴ $\angle CDB=\angle A=30°$．

∵ $AB=4$，

∴ $OD=OB=2$．

在 Rt△ODB 中，

$\therefore DB=\sqrt{OD^2+OB^2}=2\sqrt{2}$．

在 Rt△DBN 中，$\angle CDB=30°$，

$\therefore \cos\angle BDN=\dfrac{DN}{BD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$BN=\dfrac{1}{2}BD=\sqrt{2}$．

$\therefore DN=BD\cdot\cos\angle BDN=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{2}=\sqrt{6}$．

在 Rt△CBN 中，$\angle DCB=45°$，

$\therefore \tan\angle BCN=\dfrac{BN}{CN}=1$．

$\therefore BN=CN\cdot\tan\angle BCN=\sqrt{2}$．

$\therefore CD=CN+DN=\sqrt{2}+\sqrt{6}$．　　……………………………10 分

22．（本小题 10 分）

解：（Ⅰ）由题意得：$\angle AEB=90°$，

在 Rt△ABE 中，$\angle BAE=30°$，$AB=20$，

$\therefore BE=\dfrac{1}{2}AB=10$．即 BE 的长为 10 m．　　……………………………3 分

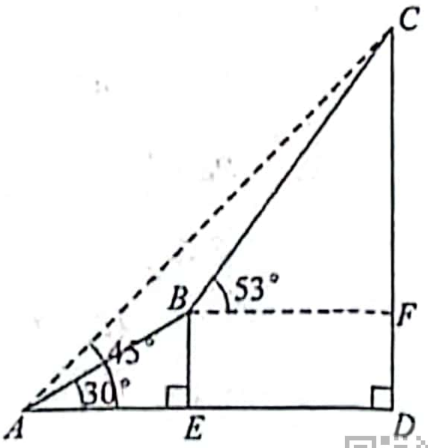
（Ⅱ）①在 Rt△ABE 中，$\cos\angle BAE=\dfrac{AE}{AB}$，

$\therefore AE=AB\cdot\cos\angle BAE=10\sqrt{3}$．

在 Rt△ADC 中，由 $\tan\angle CAD=\dfrac{CD}{AD}$，$CD=h$，$\angle CAD=45°$，得 $AD=\dfrac{CD}{\tan 45°}=h$．

$\therefore DE=AD-AE=h-10\sqrt{3}$．即 ED 的长为 $(h-10\sqrt{3})$ m．　……………………6 分

②如图，过点 B 作 $BF\perp CD$，垂足为 F．



根据题意，$\angle BED=\angle D=\angle BFD=90°$，

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是矩形．

$\therefore BF=DE=h-10\sqrt{3}$，$BE=DF=10$．

可得 $CF=CD-DF=h-10$．

在 Rt△BFC 中，$\tan\angle CBF=\dfrac{CF}{BF}$，$\angle CBF=53°$，

$\therefore CF=BF\cdot\tan\angle CBF$．即 $h-10=(h-10\sqrt{3})\times\tan 53°$．

$\therefore h=\dfrac{10\sqrt{3}\times\tan 53^\circ-10}{\tan 53^\circ-1}\approx 40$（m）.

答：建筑物 CD 的高度约为 40 m．……………………………10 分

23.（本小题 10 分）

解：（Ⅰ）0.4，15，1；…………………3 分

（Ⅱ）当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，$y=15x+3$；

当 $1<x\leqslant 2.8$ 时，$y=10x+8$；…………………7 分

（Ⅲ）4；…………………9 分

（Ⅳ）1.2，2 或 2.6．…………………10 分

24.（本小题 10 分）

解：（Ⅰ）∵点 $A(2，0)$，点 $B(0，2)$，

$\therefore OA=OB=2$.

∵ $\triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转 90°，得 $\triangle A'BO'$，

$\therefore BO'=OB=2, \angle O'BO=90^\circ$.

$\therefore O'B=OA=2$.

$\because \angle O'BO+\angle AOB=180^\circ$，

$\therefore O'B/\!/OA$.

∴四边形 $AOBO'$ 是平行四边形.

$\therefore AO'=OB=2$.…………………4 分

（Ⅱ）连接 AA'，延长 AO' 与 $A'B$ 相交于点 E.

在 Rt$\triangle AOB$ 中，

$\therefore AB=\sqrt{OB^2+OA^2}=2\sqrt{2}$.

∵ $\triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转 60°，得 $\triangle A'BO'$，

$\therefore \triangle A'BO'\cong\triangle ABO$，$\angle ABA'=60^\circ$.

$\therefore AB=A'B=2\sqrt{2}$，$OB=O'B=2$，$OA=O'A'=2$.

∴ $\triangle ABA'$ 是等边三角形.

$\therefore AA'=AB=2\sqrt{2}$.

又∵ $O'A'=O'B$，

∴点 O'，A 在 $A'B$ 的垂直平分线上.

∴ AO' 垂直平分 $A'B$.

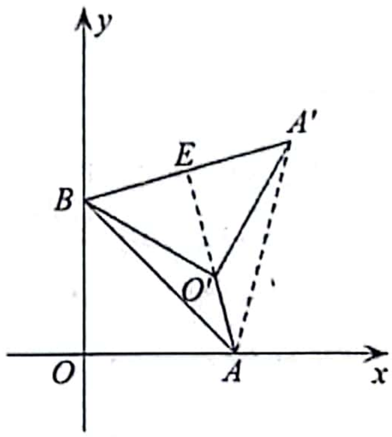
$\therefore A'E = BE = \sqrt{2}$，$\angle AEB = 90^\circ$．

在 $\mathrm{Rt}\triangle AEB$ 中，

$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{6}$．

在 $\mathrm{Rt}\triangle A'O'B$ 中，

$\therefore O'E = BE = A'E = \dfrac{1}{2}A'B = \sqrt{2}$．



$\therefore AO' = AE - O'E = \sqrt{6} - \sqrt{2}$． ……………………8 分

（Ⅲ）$\sqrt{5} - \sqrt{2} \leqslant A'P \leqslant \sqrt{5} + \sqrt{2}$． ……………………10 分

25．（本小题 10 分）

解：（Ⅰ）∵抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点为 $P(-1, -4)$，

$\therefore y = a(x+1)^2 - 4$．

∵抛物线与 x 轴相交于点 A（1，0），

可得 $0 = a(1+1)^2 - 4$，解得 $a = 1$．

$\therefore y = (x+1)^2 - 4 = x^2 + 2x - 3$．

当 $x = 0$ 时，$y = -3$．

∴点 C 的坐标为（0，−3）．

当 $y = 0$ 时，$(x+1)^2 - 4 = 0$，

解得 $x_1 = 1$，$x_2 = -3$．

∴点 B 的坐标为(−3，0)． ……………………4 分

（Ⅱ）设直线 BC 的解析式为 $y = kx - 3$，把 B（−3，0）代入，

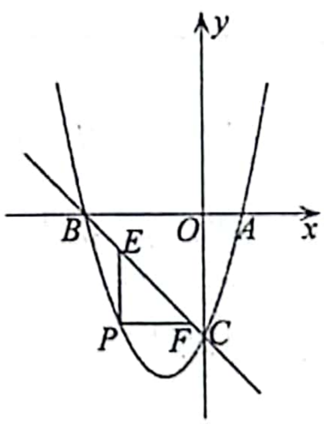
$\therefore -3k - 3 = 0$，解得 $k = -1$．

∴直线 BC 的解析式为 $y = -x - 3$．

∵ B（−3，0），C（0，−3），

$\therefore OB = OC = 3$．

$\therefore \angle OBC = \angle OCB = \dfrac{180^\circ - \angle BOC}{2} = 45^\circ$．



∵ $PF \perp y$ 轴，$AB \perp y$ 轴，

$\therefore AB // PF$．

$\therefore \angle OBC = \angle BFP = 45^\circ$．

在 $\mathrm{Rt}\triangle PEF$ 中，$\sin\angle EFP = \dfrac{PE}{EF}$，

$\therefore EF=\dfrac{PE}{\sin\angle EFP}=\sqrt{2}PE$

$\because$点P的横坐标为t，其中$-3<t<0$，

$\therefore P$（t，t^2+2t-3），

$\because$过点P作$PE\perp x$轴，

$\therefore$点E的坐标为（t，$-t-3$），

$\therefore EF=\sqrt{2}(-t-3-t^2-2t+3)=\sqrt{2}(-t^2-3t)=-\sqrt{2}(t+\dfrac{3}{2})^2+\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$．

$\therefore$当$t=-\dfrac{3}{2}$时，EF有最大值，

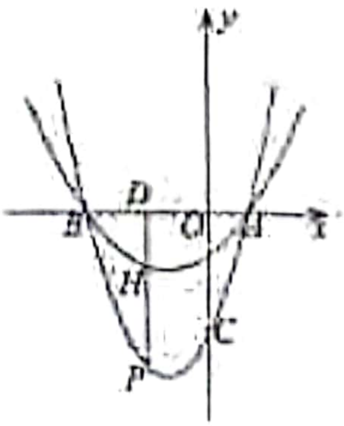
此时，点P的坐标为点$(-\dfrac{3}{2}，-\dfrac{15}{4})$．……………………7分

（III）点P运动过程中$\dfrac{HP}{DH}$的比值是一个定值．

$\because$抛物线C_2：$y=mx^2+2mx-1$经过点A，

可得$0=m+2m-1$，解得$m=\dfrac{1}{3}$．

$\therefore$抛物线C_2的解析式为$y=\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{2}{3}x-1$．



当$y=0$时，$\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{2}{3}x-1=0$，

解得$x_1=-1$，$x_2=3$．

$\therefore$抛物线C_2经过点B，

$\because$点P的横坐标为t，其中$-3<t<1$，

$\therefore P$（t，t^2+2t-3），H（t，$\dfrac{1}{3}t^2+\dfrac{2}{3}t-1$），

$\therefore DH=-\dfrac{1}{3}t^2-\dfrac{2}{3}t+1$，$HP=\dfrac{1}{3}t^2+\dfrac{2}{3}t-1-t^2-2t+3=-\dfrac{2}{3}t^2-\dfrac{4}{3}t+2$，

$\therefore \dfrac{HP}{DH}=\dfrac{-\dfrac{2}{3}t^2-\dfrac{4}{3}t+2}{-\dfrac{1}{3}t^2-\dfrac{2}{3}t+1}=\dfrac{2(-\dfrac{1}{3}t^2-\dfrac{2}{3}t+1)}{-\dfrac{1}{3}t^2-\dfrac{2}{3}t+1}=2$．

$\therefore$点P运动过程中$\dfrac{HP}{DH}$的比值是2．……………………10分